

PROJET DE COOPERATION

CARACTERISATION DE STRUCTURES MULTICOUCHES PAR  
INVERSION SYMBOLIQUE DE DONNEES COURANTS DE  
FOUCAULT  
(INVERSYM)

Responsables:  
Eric Vourc'h (SATIE), Laurent Fribourg (LSV)

Laboratoires :

**LSV, SATIE, IEF (Univ. Paris Sud)**

Mots-clés :

**Courant de Foucault, Modélisation, Simulation, Méthode inverse,  
Equation de Hamilton-Jacobi-Bellman, Robustesse**

**Intervenants**

<i>Fonction</i>	<i>Nom</i>	<i>Laboratoires</i>	
MCF	Eric VOURC'H	SATIE	15% (~3,5 pers.mois)
Professeur	Pierre-Yves JOUBERT	SATIE / IEF (univ. Paris-Sud)	10% (~2,5 pers.mois)
Doctorant	Romain SOULAT	LSV	20% (~5 pers.mois)
DR	Laurent FRIBOURG	LSV	15% (~3,5 pers.mois)
2 Stages M2R	A recruter	LSV - SATIE	100% (12 pers.mois)

**Introduction**

L'équation de Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) est une équation différentielle partielle qui intervient de façon centrale dans les problèmes d'optimisation, et notamment, dans les problèmes de commande optimale. Elle intervient également dans les problèmes d'inversion qui consistent à synthétiser le domaine d'un obstacle (ou d'un défaut) caché en observant les modifications introduites dans un champ physique. Il a été en effet montré en 1996 [San 96], que ces problèmes de localisation pouvaient se résoudre par la méthode des ensembles de niveaux (level set) [Set 99] en cherchant, non pas le domaine de l'obstacle lui-même, mais une surface/volume qui l'intersecte au niveau 0. La détermination de la surface/volume peut se faire par la résolution d'une équation HJB.

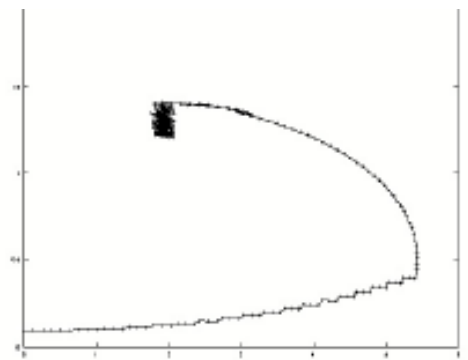
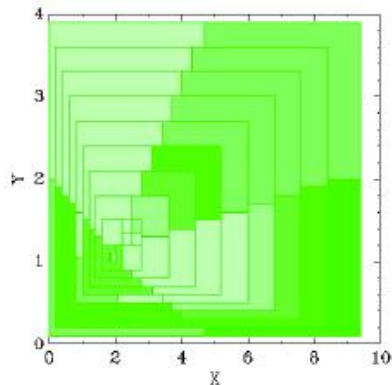
Récemment, le LSV a proposé une méthode de résolution *symbolique* des équations HJB. L'objectif de ce projet est d'explorer l'application de cette approche symbolique à la résolution de problèmes inverses en évaluation non destructive par la méthode des courants de Foucault, qui est un domaine d'expertise du laboratoire SATIE.

## 2 Apport scientifique des partenaires

### 2.1 Approche symbolique de résolution d'équation HJB (LSV)

Le LSV a récemment exploré avec succès des méthodes de résolution *symboliques* de problèmes correspondant à des solutions d'équations HJB. Par *méthodes symboliques*, on entend ici des méthodes qui ne travaillent pas numériquement sur des points mais, symboliquement, sur des ensembles de points. Par exemple, on utilise des calculs sur des intervalles de réels plutôt que sur des représentations numériques (par exemple, avec des flottants) sur des points [Moo 66][Jau 01]. On a alors la garantie que le point cherché appartient à un ensemble qui aura été calculé, si bien que les méthodes symboliques ne donnent pas une solution exacte (ou approchée) mais une *sur-approximation* de la solution. Ces méthodes peuvent être donc relativement imprécises, mais sont en revanche efficaces d'un point de vue calculatoire, et *robustes* : elles peuvent en effet naturellement prendre en compte des incertitudes sur les paramètres du modèle ou du bruit sur les entrées.

A titre d'exemple, dans un précédent projet FARMAN (BOOST2), la méthode a été utilisée avec succès pour localiser la zone de stabilité de systèmes à commutation utilisés en électronique de puissance et à synthétiser la commande associée pour guider le système d'un état initial quelconque vers la zone de stabilité localisée. Par exemple, pour un dispositif appelé DC-DC boost convertteur permettant de contrôler le courant et la tension d'un système en fonction de la position ouverte ou fermée d'un interrupteur, la figure ci-dessous représente, dans le plan (intensité, tension), des boîtes carrées emboîtées, elles-mêmes décomposées en (4) sous-boîtes. La boîte la plus interne correspond à la zone de stabilité. Chaque partie de sous-boîte (symbolisée par une couleur différente) correspond à une commande spécifique.



A titre d'exemple, on trouvera ci-dessus une simulation d'une trajectoire menant du coin inférieur gauche du plan (point (0,0)) vers la zone de stabilité sous la commande correspondant à la figure précédente.

On peut interpréter les boîtes imbriquées comme des zones de niveaux associées à des commandes qui font descendre le potentiel du système de son niveau initial vers un niveau minimal qui correspond à la zone de stabilité (ou d'équilibre).

La méthode symbolique utilisée a permis de trouver une (sur-approximation de) solution à un problème de synthèse de contrôle et de localisation de zone de stabilité qui correspond à la solution d'une équation de HJB.

L'objectif du projet est d'utiliser ce type de méthode de résolution symbolique à d'autres problèmes correspondant à des équations de HJB. Plus spécifiquement, nous voudrions explorer l'approche symbolique pour résoudre des problèmes inverses comme l'estimation de paramètres électriques et/ou géométriques de structures multicouches en évaluation non destructive par la méthode des courants de Foucault.

### 2.2 Evaluation non destructive par la méthode des courants de Foucault (expertise SATIE)

Le SATIE a acquis depuis de nombreuses années une expertise dans le domaine de l'évaluation non-destructive (END) en particulier par la méthode des courants de Foucault (CF). Cette technique s'appuie sur l'observation des variations du champ magnétique résultant de la circulation des CF induits dans la structure à évaluer par un « capteur » CF, servant à la fois d'émetteur et de récepteur. Le laboratoire SATIE s'intéresse à la modélisation des phénomènes physiques mis en jeu [Pla 07], à la mise en œuvre expérimentale de la technique CF [Jou 12], et encore à la résolution du problème inverse qui consiste à remonter aux propriétés de la structure testée à partir des données fournies par le capteur CF [Bau 11],[Cun 11].

Le problème de l'estimation de paramètres de la structure inspectée par la technique des CF est un problème « mal posé ». En effet, étant donné que la mesure ne peut se faire qu'à la surface de la pièce à évaluer, seul un jeu de données relativement réduit est disponible pour estimer des paramètres relatifs à l'ensemble du volume de la structure. En outre, les phénomènes de diffusion de l'onde dans le milieu, ainsi que la présence des interfaces capteur / structure (et éventuellement des interfaces entre éléments dans la structure), limitent la sensibilité de la méthode, et d'autre part rend le problème physique difficile à modéliser, et *a fortiori*, à inverser.

Pour résoudre ce type de problème, l'approche classique consiste à mettre en œuvre une technique d'optimisation, dans laquelle un algorithme de minimisation est utilisé pour minimiser une « distance » entre les données CF mesurées et les données calculées à l'aide d'un modèle représentant les interactions capteur / structure à évaluer. Les paramètres de la structure, qui, injectés en entrée du modèle, conduisent à la minimisation du critère utilisé, constituent alors l'estimée recherchée. Cette approche est exploitée avec succès dans des domaines tels que l'imagerie radar, sonar ou médicale, ou encore la tomographie X pour l'END. En tomographie X par exemple, il est possible de reconstruire l'objet d'intérêt à partir de la mesure de l'atténuation d'une l'onde ayant traversé l'objet. L'observation faite sous plusieurs angles d'observation permet d'enrichir l'estimation des paramètres recherchés. Dans le domaine des CF, les interactions entre l'onde émise par le capteur CF et la cible observée sont plus complexes, notamment à cause de la diffusion de l'onde dans le milieu et de la présence des interfaces. En outre, la résolution du problème inverse n'est pas triviale, en particulier à cause de l'incomplétude des données [Yus 07], [Pàv 07], d'autant plus qu'en pratique, on ne dispose généralement que d'une seule composante de champ magnétique mesurée. Face à ce problème, différentes approches ont été proposées : des méthodes itératives, combinant la modélisation des interactions structure / capteur CF à une connaissance *a priori*, pour pallier le manque d'information de la mesure [Pré 02], [Baus 11]; des bases de données inverses, pour accélérer les calculs d'inversion [Pàv 07] ou pour ramener le problème inverse à une reconnaissance de classes de solutions [Lin 00], [Smid 05], [Led 09]. Ces méthodes sont toutefois généralement difficiles à mettre en œuvre de manière industrielle, à cause des temps de calcul et du manque de robustesse.

Afin de simplifier la résolution du problème, éventuellement au prix d'un domaine de validité restreint, d'autres approches dites comportementales existent. Elles nécessitent l'élaboration d'un modèle de connaissance « externe » des phénomènes électromagnétiques mis en jeu. Ce modèle est élaboré à partir de données d'apprentissage obtenues par la mise en œuvre d'un capteur CF dans des situations de référence (cibles de propriétés connues). Le modèle élaboré peut alors être mis en œuvre dans des cas inconnus par généralisation. En pratique, les réseaux de neurones artificiels (RNA) sont particulièrement bien adaptés pour mettre en œuvre cette approche [Rek 97, Cun 11]. Toutefois, l'approche comportementale nécessite de disposer d'une base d'apprentissage qui, en pratique, ne s'avère pas nécessairement suffisante pour être facilement généralisée, voire qui n'est pas disponible.

La résolution de problèmes inverses en CF a également été explorée avec la méthode des ensembles de niveaux (level set) [Aba 08], [Pet 10] qui permet de traiter le problème sous la forme de la résolution d'une équation HJB. Dans le projet proposé ici, nous souhaitons investiguer les possibilités offertes par la méthode symbolique élaborée au LSV, qui permet également de résoudre des équations HJB. Cette méthode doit permettre d'obtenir des résultats robustes et de manière efficace d'un point de vue calculatoire. Les performances de résolution obtenues seront comparées à celles obtenues par des méthodes classiques telles que la méthode de niveaux, la méthode de Newton ou encore les réseaux neurones.

### **3. Projet et approche scientifique proposés**

#### **3.1. Cas étudié**

Dans ce projet, nous nous intéressons au cas particulier de l'évaluation d'assemblages multicouches, dans lequel on cherche à caractériser l'épaisseur et/ou la conductivité de chacune des couches constituant l'assemblage, à partir de l'analyse des variations d'impédance d'un capteur CF couplé électromagnétiquement à l'assemblage considéré. Cette problématique se rencontre dans de nombreuses applications, telles que le contrôle des assemblages en aéronautique [Cun 11] ou encore le diagnostic de vieillissement de composants électroniques à semi-conducteurs en électronique de puissance [Ngu 11].

#### **3.1. Modèle direct**

La résolution du problème nécessite de disposer d'un modèle d'interactions capteur / structure, éventuellement simplifié, afin d'être mise en œuvre. Dans ce projet, nous nous proposons d'exploiter deux types de modèles.

Le premier modèle considéré est le modèle dit du « transformateur », dans lequel les interactions capteur – structure sont modélisées par un transformateur électrique, dont le circuit primaire représente le capteur, et dont le secondaire, couplé au primaire et chargé par une impédance complexe représente la structure à évaluer. Dans le cas particulier d'une pièce à évaluer massive, homogène et semi-infinie devant les dimensions du capteur, et sous l'hypothèse que l'onde incidente émise est une onde plane, il est possible d'établir une relation analytique liant les propriétés électriques et l'épaisseur de la pièce, à l'impédance du capteur [Leb 03]. Afin de traiter d'un problème multicouche, nous étendrons ce modèle à un transformateur présentant plusieurs secondaires chargés, tels que cela a été proposé à SATIE en 2012 dans [Cun 12]. Ce modèle présente l'avantage d'être extrêmement simple à implanter, même si, dans le cas multicouche, une étape de calibration (des coefficients de couplage magnétique entre le capteur et les différentes couches) est nécessaire pour un capteur donné.

Le second modèle que nous exploiterons est un modèle semi analytique original développé à SATIE, le modèle à sources ponctuelles réparties (DPSM, [Pla 07]) dont le principe consiste à modéliser les sources actives présentes dans l'espace de travail à l'aide d'un ensemble discret de sources élémentaires (ici un ensemble de sources de courant circulant dans le bobinage du capteur). La grandeur d'intérêt que l'on cherche à déterminer (ici la distribution du champ magnétique) dans tout l'espace de travail résulte de la présence de l'ensemble de ces sources actives discrètes, dont le rayonnement s'exprime de manière analytique. La méthode permet également de prendre en compte des interfaces de géométrie quelconque séparant des milieux de natures différentes, par l'utilisation d'un second jeu de sources discrètes, dites « virtuelles », qui rendent compte des conditions aux limites relatives aux interfaces. Ces dernières rayonnent également dans les milieux considérés. La méthode DPSM présente l'avantage d'être générique, versatile, et économe en ressources informatique, dans la mesure où seules les sources actives et virtuelles nécessitent un maillage dans l'espace de travail, contrairement à une méthode numérique à éléments finis par exemple. En outre, elle se prête particulièrement bien à la modélisation de champs magnétiques rayonnés par une circulation de courant [Tho 10]. Ici, l'impédance du capteur sera calculée par intégration du flux du rayonnement du champ magnétique de réaction à l'interface capteur / structure.

### 3.2. Méthodes de résolution du problème inverse

La modélisation des interactions capteur / structure conduit à construire un modèle qui s'exprime sous la forme  $Z_m = F(p)$  où  $Z_m$  est l'impédance du capteur,  $p$  désigne les paramètres à estimer (ici par exemple l'épaisseur et/ou la conductivité de la ou des couches constituant la structure considérée), et  $F$  désigne l'opérateur liant les paramètres à l'impédance du capteur. Comme il est montré dans le papier séminal de Santosa [San 96], ce type de problème inverse se ramène à la synthèse d'une fonction de niveau [Set 99], qui est solution d'une équation de HJB et dont l'intersection avec le plan de niveau 0 donne le contour du paramètre à estimer (cf. [Pet 10]).

Nous mettrons en œuvre l'approche par niveau de Santosa ainsi que la variante symbolique mise au point par le LSV (voir paragraphe 2.1.) pour résoudre le problème inverse reposant sur les deux modèles considérés, et pour un ensemble de configurations canoniques de structure multicouches. Les performances de la résolution seront évaluées en termes de rapidité, de précision et de robustesse. Elles seront comparées aux performances obtenues par des méthodes classiques telles que la méthode comportementale à réseaux de neurones [Cun 11], ou encore la méthode méthode de Gauss-Newton, éventuellement dans un cadre régularisé [Bau 11].

### 3.3. Données simulées et données expérimentales

Afin disposer de données CF pour mettre en œuvre et caractériser la méthode d'inversion proposée, nous considérerons des données issues de simulations par éléments finis, que nous obtiendrons à l'aide du logiciel ANSYS disponible à SATIE. Par ailleurs, afin de disposer de données expérimentales, nous constituerons un jeu de pièces calibrées en tôles d'aluminium dont l'empilage permettra de constituer un ensemble d'assemblages représentatifs d'une application aéronautique, et dont les couches présentent des épaisseurs variées et ajustables. Le banc instrumental sera complété d'un capteur CF en pot magnétique, et d'un analyseur d'impédance large bande (5Hz – 13 Mhz) piloté, tous deux disponibles à SATIE.

## 4. Déroulement opérationnel du projet

Dans le cadre de ce projet, nous traiterons dans une première étape un cas simple, celui d'une structure constituée d'une seule tôle d'aluminium, dont on cherchera à estimer soit la conductivité, soit l'épaisseur. Cette configuration, qui ne nécessite ni un modèle ni une mise en œuvre expérimentale complexes, devrait permettre de tester rapidement l'ensemble de l'approche.

Dans une seconde étape, nous considérerons le cas d'une structure à trois couches, constituée de deux tôles d'aluminium (d'épaisseurs éventuellement inconnues) séparées par une couche d'air, dont on cherche à estimer

l'épaisseur. Cette configuration correspond au cas concret de l'estimation du jeu entre pièces d'un assemblage métallique, que l'on peut rencontrer en industrie aéronautique par exemple. Dans cette étape, il sera nécessaire d'élaborer au préalable une modélisation CF multicouche (modèle du transformateur multicouche, puis modèle DPSM multicouche), puis de réaliser le dispositif expérimental et d'effectuer une campagne de mesure. La méthode de résolution par approche symbolique sera ici comparée aux méthodes conventionnelles (réseaux de neurones et Gauss-Newton).

Enfin, dans une troisième étape, nous considérerons le cas plus complexe de la détection de défauts dans des assemblages de tôles, tel par exemple celui de l'évaluation non destructive d'assemblages rivetés aéronautiques.

## 5. moyens demandés

Pour réaliser ce programme nous demandons le financement de deux stages de 6 mois au niveau M2R, et des frais de missions afin de présenter les résultats obtenus dans le cadre de conférences internationales.

Stage M2R année 1 : 2500 €

Stage M2R année 2 : 2500 €

Missions LSV : 2500 €

Missions SATIE : 2500 €

Total : 10 000 €

## 5 Bibliographie

- [Abs 08] Abascal, J. F. and Lambert, M. and Lesselier, D. and Dorn, O., *3D eddy-current imaging of metal tubes by gradient-based, controlled evolution of level sets*, IEEE Trans. Magn., 2008, 44, 12, 4721-4729, décembre
- [Bau 11] S. Bausson, V. Thomas, P.-Y. Joubert, L. Blanc-Féraud, J. Darbon, G. Aubert, Regularized inversion of a distributed point source model for the reconstruction of defects in eddy currents imaging, COMPEL Vol. 30 No. 6, 2011, pp. 1777-1791.
- [Cun 11] T. L. Cung, P.-Y. Joubert, E. Vourc'h, P. Larzabal, Evaluation of Loose Assemblies Using Multi-frequency Eddy Currents and Neural Networks, JSAEM Studies in Electromagnetics and Mechanics. 14, Applied Electromagnetics and Mechanics, proceedings of 15th ISEM 2011, 7-9 September 2011, Naples, Italy, pp 305-306.
- [Cun 12] Cung T. L., Thèse de doctorat, ENS Cachan, juin 2012, Techniques Courants de Foucault multifréquences pour l'évaluation non destructive en aéronautique.
- [Fel 12] G. Feld, [L. Fribourg](#), D. Labrousse, B. Revol and [R. Soulat](#). « [Numerical simulation and physical experimentation of a 5-level and 7-level power converter under a control designed by a formal method](#) » Research Report LSV-12-16, Laboratoire Spécification et Vérification, ENS Cachan, France, July 2012. 18 pages.
- [Jau 01] L. Jaulin, M. Kieffer, O. Didrit, E. Walter. E. Applied Interval Analysis. Springer-Verlag (2001).
- [Jou 12] P.-Y. Joubert – E. Vourc'h – V. Thomas, Experimental validation of an eddy current probe dedicated to the multi-frequency imaging of bore holes, Sensors and Actuators A: Physical Volume 185, October 2012, Pages 132–138
- [Led 09] Y. Le Diraison, P.-Y. Joubert, D. Placko. Characterization of subsurface defects in aeronautical riveted lap-joints using multi-frequency eddy current imaging, NDT&E Int 2009;40:133–140.
- [Leb 03] Le Bihan Y.: 'Study on the transformer equivalent circuit of eddy current nondestructive evaluation'. NDT&E International 36 (2003) 297–302.
- [Les 02] Lesselier D, Bowler J, et al. Inverse Problems, 2002;18:1733–963.
- [Lin 00] F. Lingvall and T. Stepinski. Automatic detecting and classifying defects during eddy current inspection of riveted lap joints. NDT&E Int 2000;33(1): 47–55.
- [Moo 66] R.E. Moore. Interval Analysis. Prentice-Hall (1966).
- [Ngu 11] N'guyen T.A., P.-Y. Joubert, S. Lefebvre, G. Chaplier, L. Rousseau, Study for the characterisation of ageing power electronics semiconductor components using the eddy current technique. Microelectronics Reliability 51 (2011) 1127–1135.
- [Pav 07] Pavo' J, Gyimothy S. Adaptative inversion database for electromagnetic nondestructive evaluation. NDT & E International 2007;40:192–202.
- [Pla 07] D. Placko, T. Kundu. DPSM for modeling engineering problems. John Wiley & Sons, Hoboken, USA, 2007.
- [Pre 02] D. Prémel and P. Baussard. Eddy current evaluation of 3D flaws in flat conductive materials using a bayesian approach. Inverse Problems, 2002;18:1873–1889.
- [Rek 97] I.T. Renakos, T.P. Theodoulidis, S.M. Panas, T.D. Tsiboukis, Impedance inversion in eddy current testing of layered planar structures via neural networks, NDT&E Int. 30 (1997) 69–74.
- [Pet 10] S.I. Petrova. « Topology Optimization of Eddy Current Systems by Level-Set and Primal-Dual Methods », Proc. Intl. MultiConf. Engineers and Computer Scientists 2010 Vol. 1 (IMECS 2010)
- [San 96] F. Santosa. « A level set approach for inverse problems involving obstacles », Control Optimizat. Calculus Variat 1996;1:17-33.
- [Set 99] J.A. Sethian. « Level Sets Methods and fast marching : evolving interfaces in computational geometry », Cambridge University Press, 1999.
- [Smi 05] R. Smid, A Docekal, M Kreidl. Automated classification of eddy current signatures during manual inspection, NDT&E Int 2005;38:462–470
- [Tho 10] V. Thomas, P.-Y. Joubert, E. Vourc'h, D. Placko, A novel modeling of surface breaking defects for eddy current quantitative imaging, IEEE Sensors Applications Symposium 2010, 23-25 February 2010, Limerick, Ireland.
- [Yus 07] Yusa N, Huang H, Miya K. Numerical evaluation of the ill-posedness of eddy current problems to size real cracks. NDT & E International 2007;40: 185–91.