

# Présentation de la méthode de modélisation par sources ponctuelles réparties (DPSM) Principes, Applications et logiciel associé

Thierry Bore, Alain Rivollet & Dominique Placko

[bore.thierry@gmail.com](mailto:bore.thierry@gmail.com)

[alain.rivollet@ens-cachan.fr](mailto:alain.rivollet@ens-cachan.fr)

[dominique.placko@satie.ens-cachan.fr](mailto:dominique.placko@satie.ens-cachan.fr)

[www.satie.ens-cachan.fr](http://www.satie.ens-cachan.fr)

- 1 – Principes de la méthode DPSM**
- 2 – Exemples d'applications**
- 3 – Logiciel associé**
- 4 – Collaborations, conclusions et perspectives**

# **1 – Principes de la méthode DPSM**

- 1.1 - Position de la méthode**
- 1.2 - Représentation d'un objet isolé**
- 1.3 - Notion de matrices de couplage : auto couplage**
- 1.4 - Problème multi-objets : matrice d'inter couplage**
- 1.5 - Problème multi-milieus : Conditions aux Limites Intrinsèques**
- 1.6 - Calcul de la matrice globale de résolution : exemple**

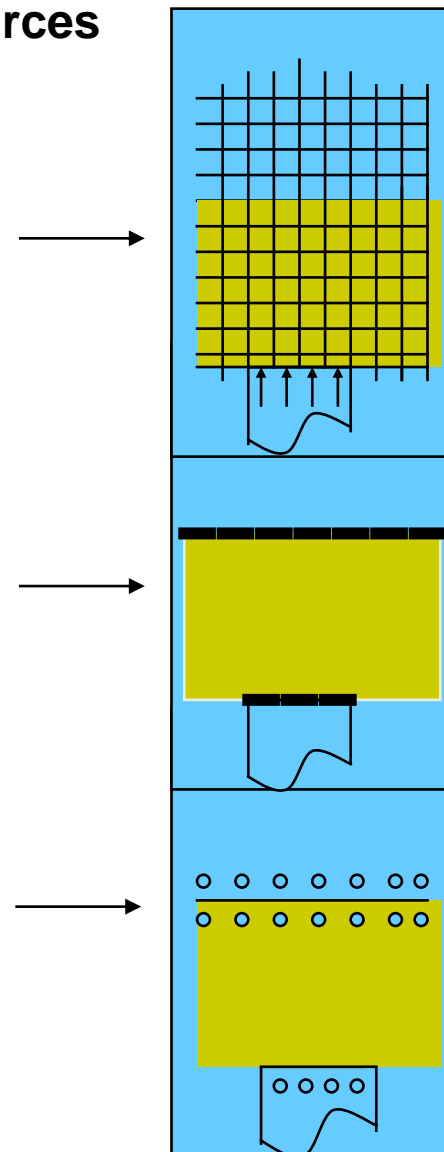
## 1.1 - Position de la méthode

### Méthode de modélisation des interactions 3D capteurs/sources

FE = Finite Elements

BEM = Boundary Elements Method

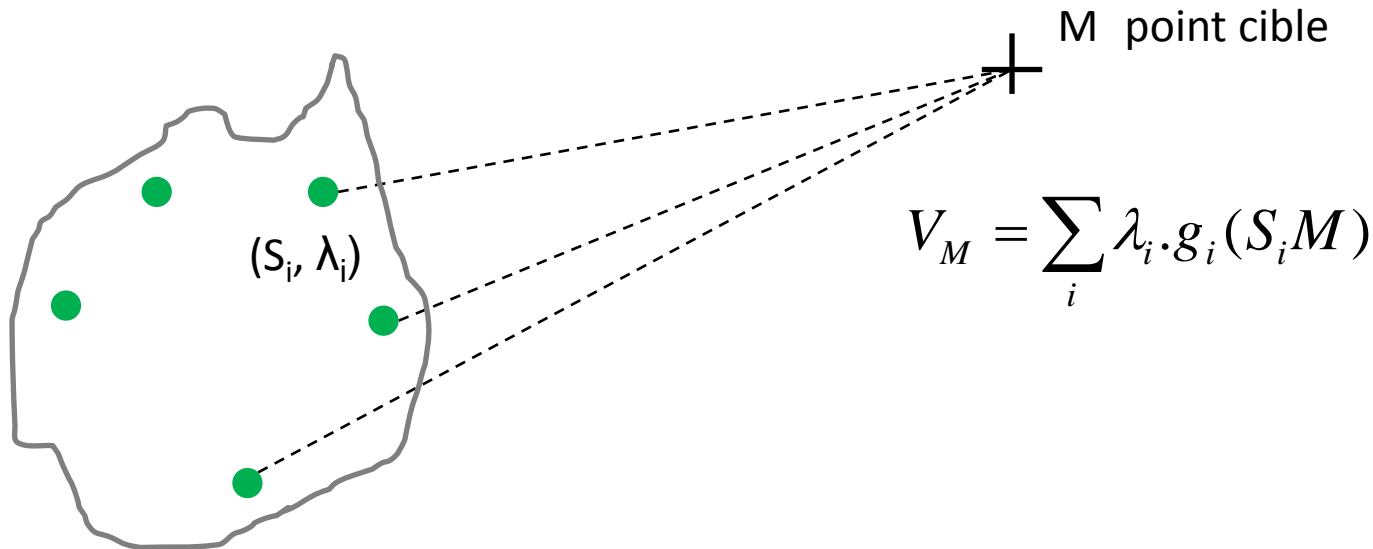
DPSM = Distributed Point Sources Method



## 1.2 - Représentation d'un objet isolé

**Calcul des grandeurs physiques en un point cible de l'espace émis par un objet représenté par un ensemble de sources**

- Principe de Huygens : **superposition** des contributions de chaque source
- Nécessite la connaissance de **la fonction de Green**  $g$
- On introduit la notion de **point cible**

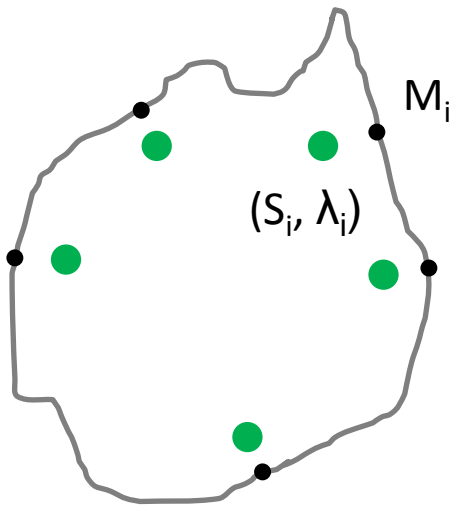


**Comment calculer la valeurs des sources ?**

## 1.3 - Notion de matrice de couplage : auto couplage

### Points tests et arrangement des blocs sources

- On dispose des points cible sur la surface de l'objet : **point tests**
  - Un **bloc source au voisinage** de chaque point test de préférence
- On calcule la somme des **contributions des sources** en chaque point test



$$\begin{pmatrix} V_{M_1} \\ \vdots \\ V_{M_p} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{11} & \cdots & g_{1s} \\ \vdots & & \vdots \\ g_{p1} & \cdots & g_{ps} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_s \end{pmatrix}$$

$$V = M \cdot \lambda$$

- M matrice d'**auto-couplage**
- V fixé par l'utilisateur : **Conditions Limites Utilisateur**

**Les CLU permettent d'obtenir la valeur de  $\lambda = M^{-1} V$**

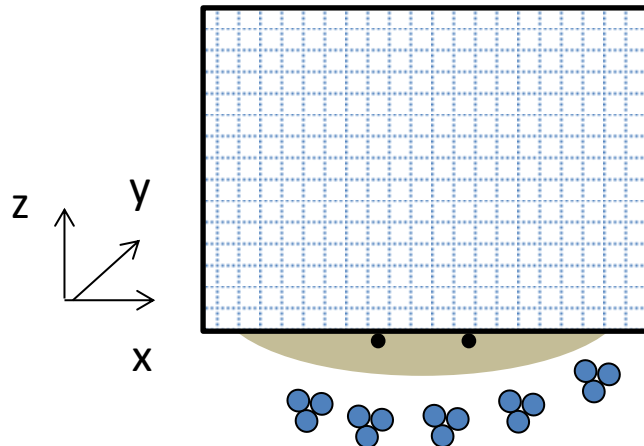
## 1.3 - Notion de matrice de couplage : auto couplage

### Application : calcul du champ rayonné par un transducteur acoustique

- Expression de la fonction de Green pour la pression et la vitesse

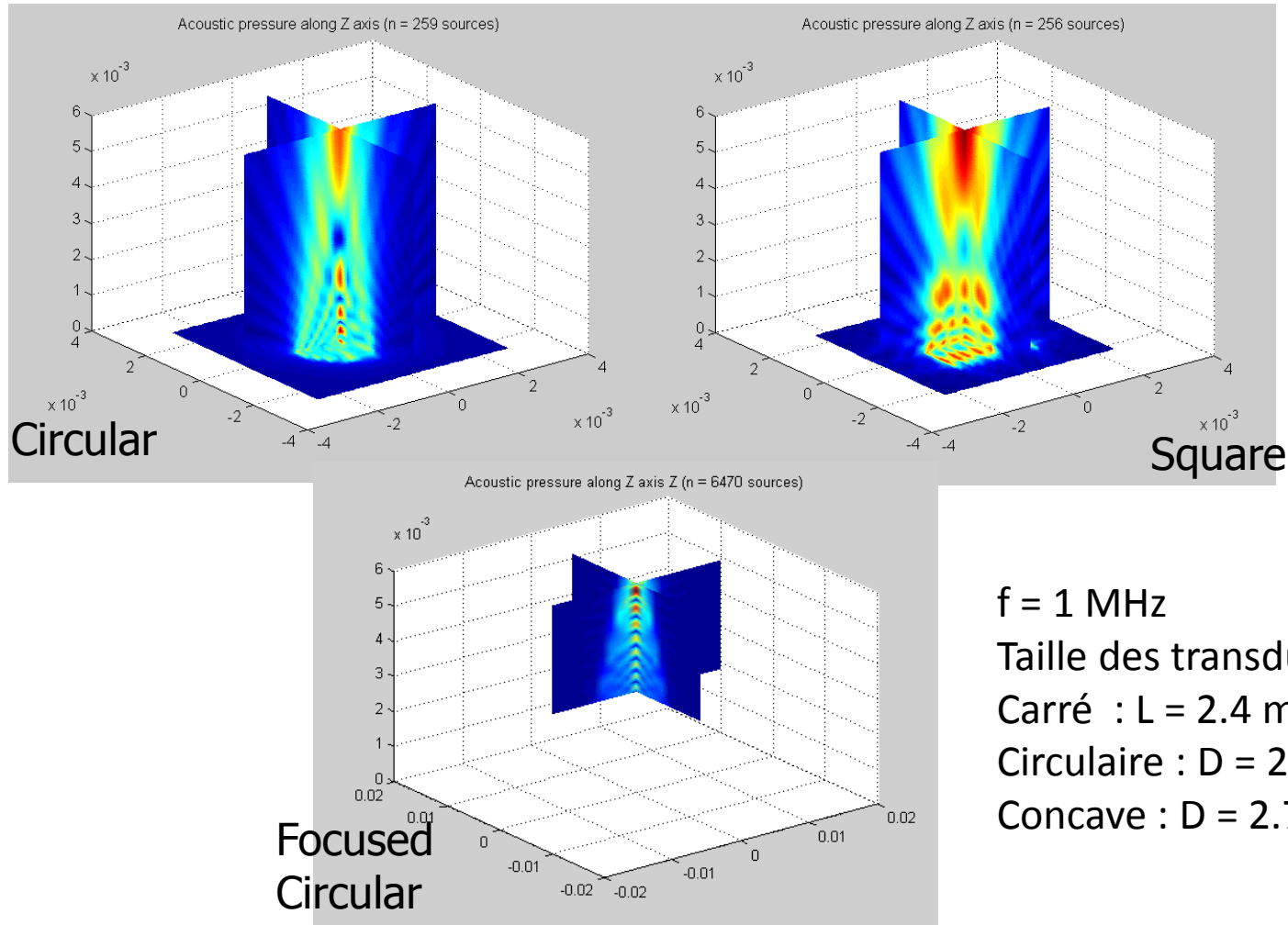
$$p = \frac{e^{ikR}}{4\pi R} \quad \vec{v} = -\vec{\nabla} p$$

- CLU : **condition vectorielle** pour une vibration en mode “piston” (selon z)
  - **Bloc source = un triplet de source**
- Calcul de la matrice d'auto couplage et de la valeur des sources
- Calcul des grandeurs physiques sur un ensemble de **points de mesure**



## 1.3 - Notion de matrice de couplage : auto couplage

**Application : calcul du champ rayonné par un transducteur acoustique**



$f = 1 \text{ MHz}$

Taille des transducteurs :

Carré :  $L = 2.4 \text{ mm}$

Circulaire :  $D = 2.7 \text{ mm}$

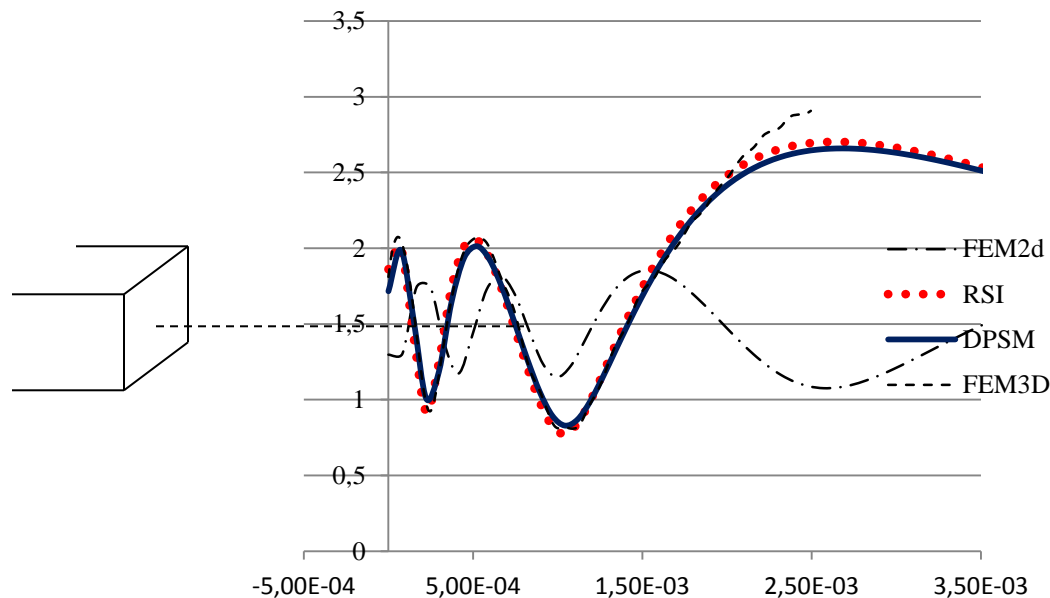
Concave :  $D = 2.7 - R_c = 8 \text{ mm}$



## 1.3 - Notion de matrice de couplage : auto couplage

### Application : calcul du champ rayonné par un transducteur acoustique

- Transducteur carré : 1.55 mm x 1.55 mm,  $f = 5$  MHz
- Calcul de la pression acoustique le long de l'axe z

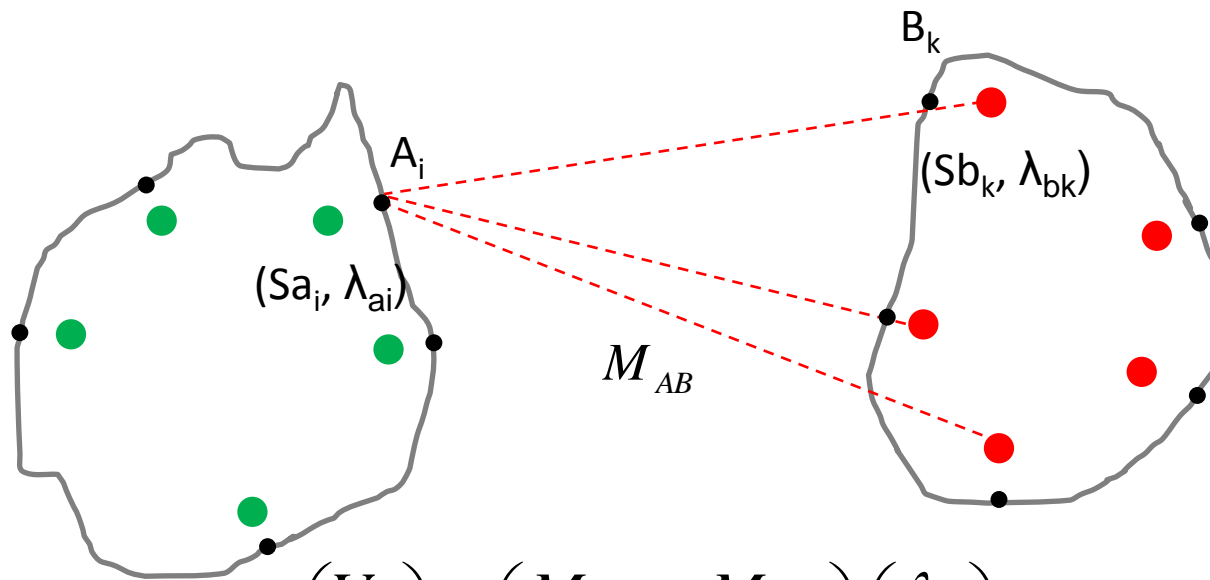


FEM 3D (COMSOL) = 35 hours    DPSM = 2 minutes

## 1.4 - Problème multi-objets : matrice d'inter couplage

### Interaction de 2 objets 3D

- L'état de l'objet A précédemment isolé a été modifié par la présence de l'objet B
- Les **objets interagissent** au travers **des inter-couplages** : modification de la valeur des sources



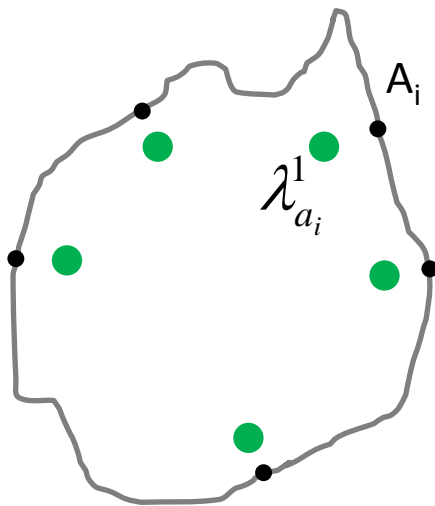
$$\begin{pmatrix} V_A \\ V_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{AA} & M_{AB} \\ M_{BA} & M_{BB} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \lambda_A \\ \lambda_B \end{pmatrix}$$

**Les CLU permettent d'obtenir la valeur de  $\lambda_A$  et  $\lambda_B$**

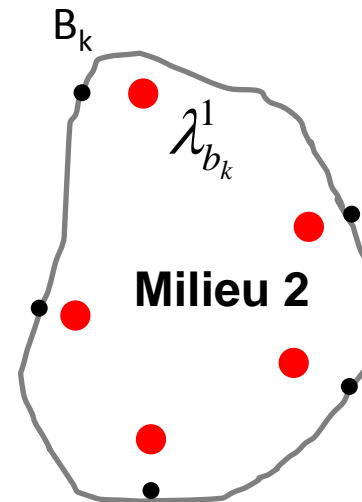
## 1.5 - Problème multi-milieu : Conditions aux Limites Intrinsèques

Comment calculer les sources dans le cas d'un objet sur lequel aucune conditions aux limites utilisateur n'est imposées ?

- Les propriétés physiques des milieux sont connues
- Les sources  $\lambda_B^1$  doivent synthétiser la fraction des grandeurs émises par A et réfléchies par B (dans le milieu 1)



Milieu 1

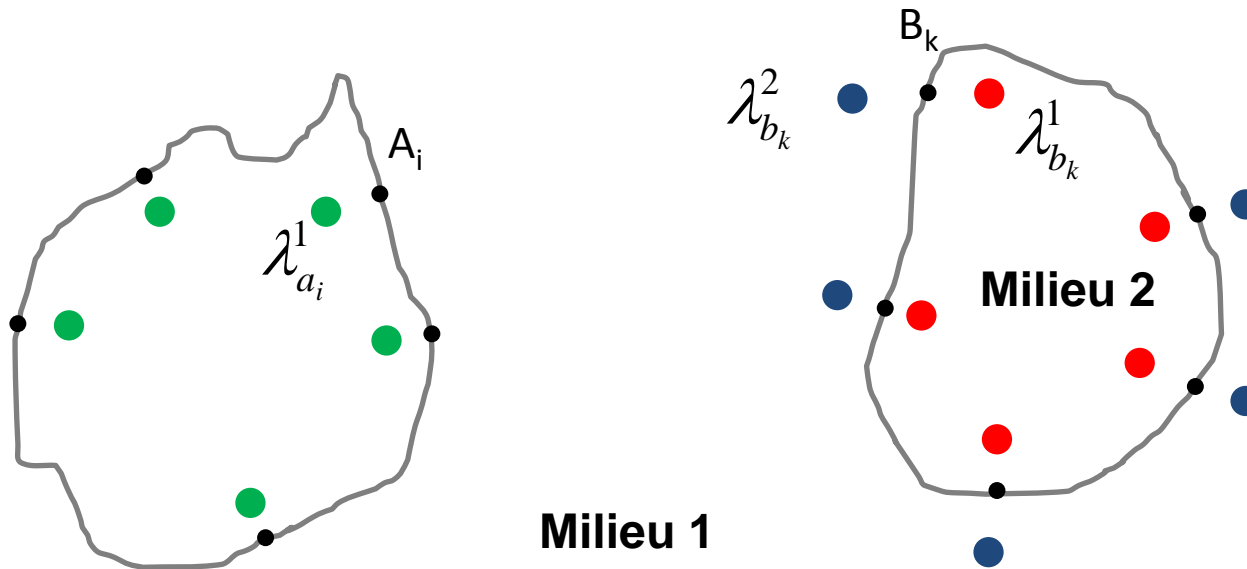


Comment synthétiser le champ transmis en B ?

## 1.5 - Problème multi-milieux : Conditions aux Limites Intrinsèques

Comment calculer le champ transmis en B ?

- Les sources  $\lambda_{b_k}^2$  synthétisent la part des grandeurs transmises en B (milieu 2)



**Nécessité de définir des conditions aux limites intrinsèques**

## 1.5 - Problème multi-milieux : Conditions aux limites Intrinsèques

**Comment calculer les jeux de sources aux interfaces ?**

- Exploitation des conditions aux limites intrinsèques (CLI)
- Objectif : développer une **méthode générique**

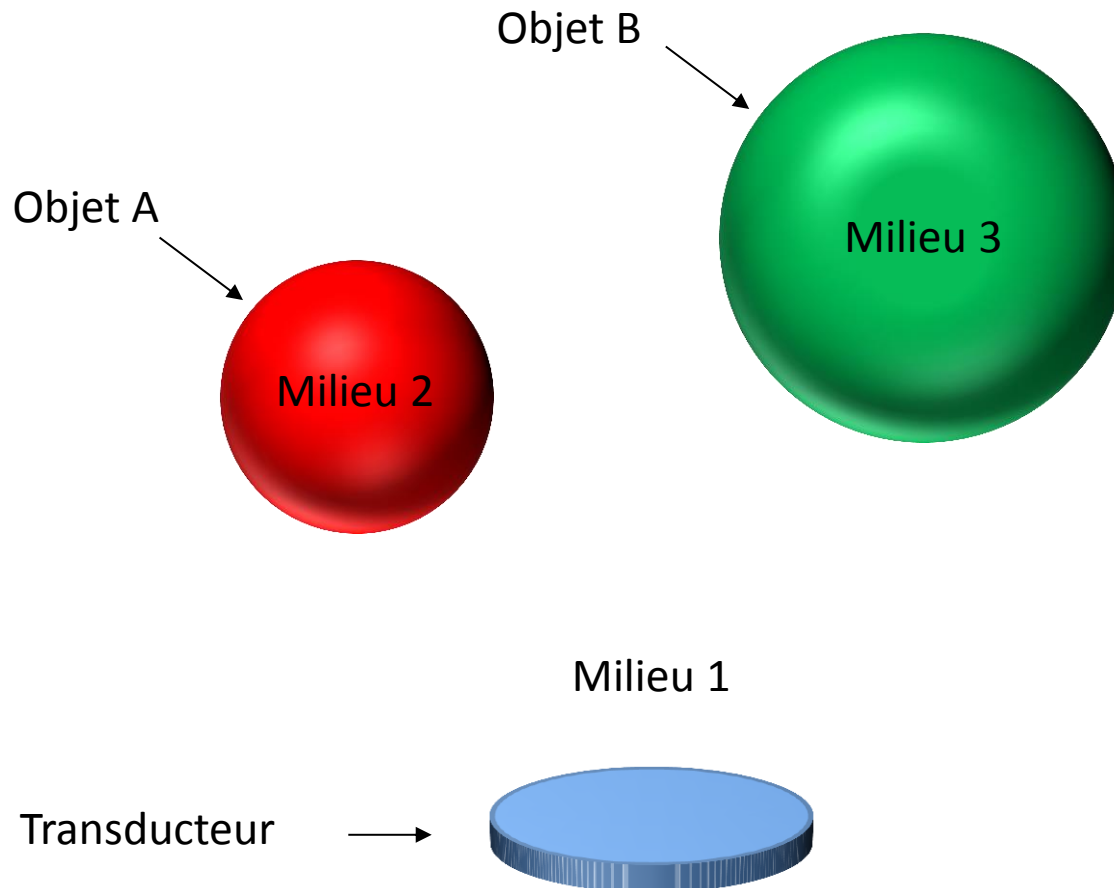
**Choix du potentiel, scalaire ou vectoriel,  
et de sa dérivée normale à la surface**

électrostatique	$V \text{ et } \varepsilon \frac{\partial V}{\partial \vec{n}} = \vec{D}_n = \varepsilon \cdot \vec{E}_n$
ultrasons	$P \text{ et } \frac{\partial P}{\partial \vec{n}} = \rho \cdot \vec{v}_n$
électromagnétisme	$\vec{A} \text{ et } \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \frac{\partial \vec{A}}{\partial \vec{n}}$

## 1.6 - Calcul de la matrice globale de résolution : exemple

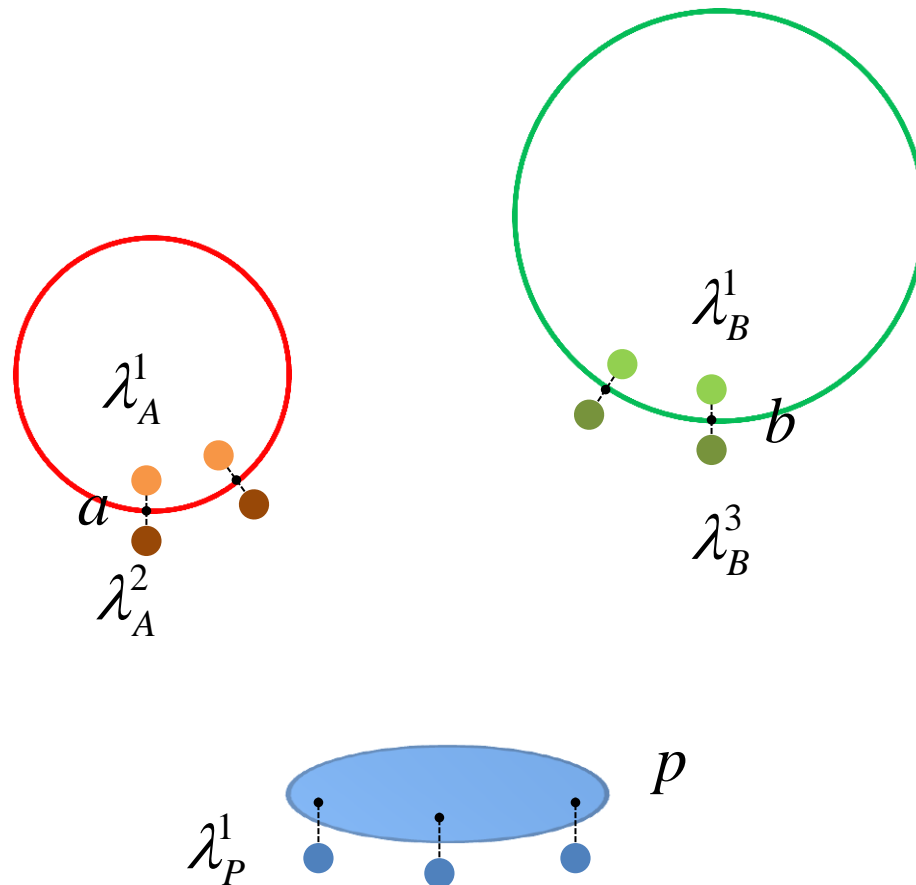
### Configuration du problème

- Acoustique fluide : transducteur acoustique et 2 objets



## 1.6 - Calcul de la matrice globale de résolution : exemple

### Maillage DPSM : sources et points tests

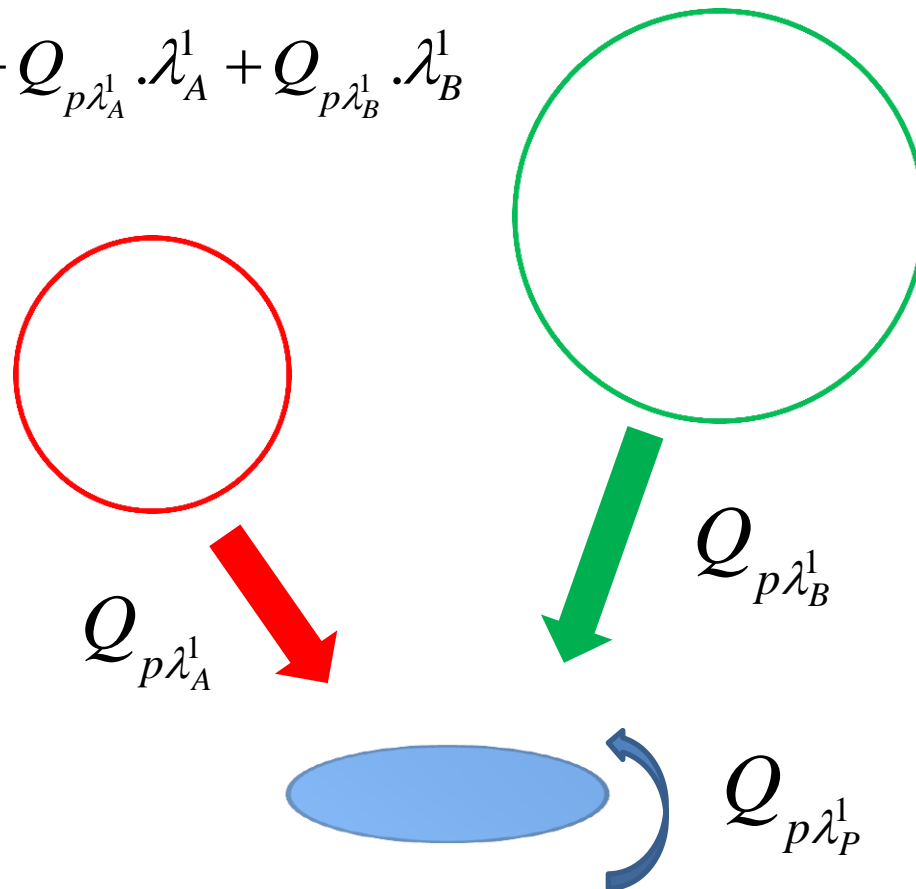


## 1.6 - Calcul de la matrice globale de résolution : exemple

### Condition Limite Utilisateur

- Vitesse aux points tests du piston est fixée :  $V_p$
- CLU exprimée à l'aide des matrices de couplage  $Q_{ij}$

$$V_p = Q_{p\lambda_P^1} \cdot \lambda_P^1 + Q_{p\lambda_A^1} \cdot \lambda_A^1 + Q_{p\lambda_B^1} \cdot \lambda_B^1$$

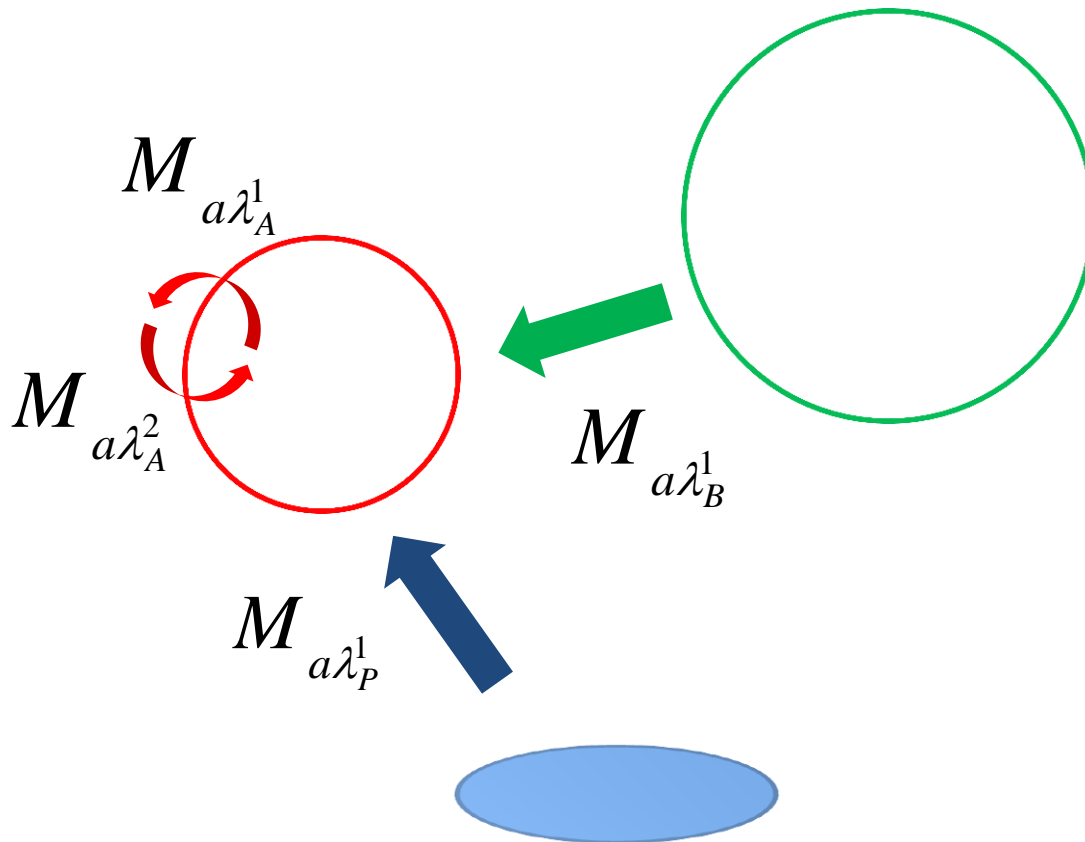




## 1.6 - Calcul de la matrice globale de résolution : exemple

### Conditions Limites Intrinsèques

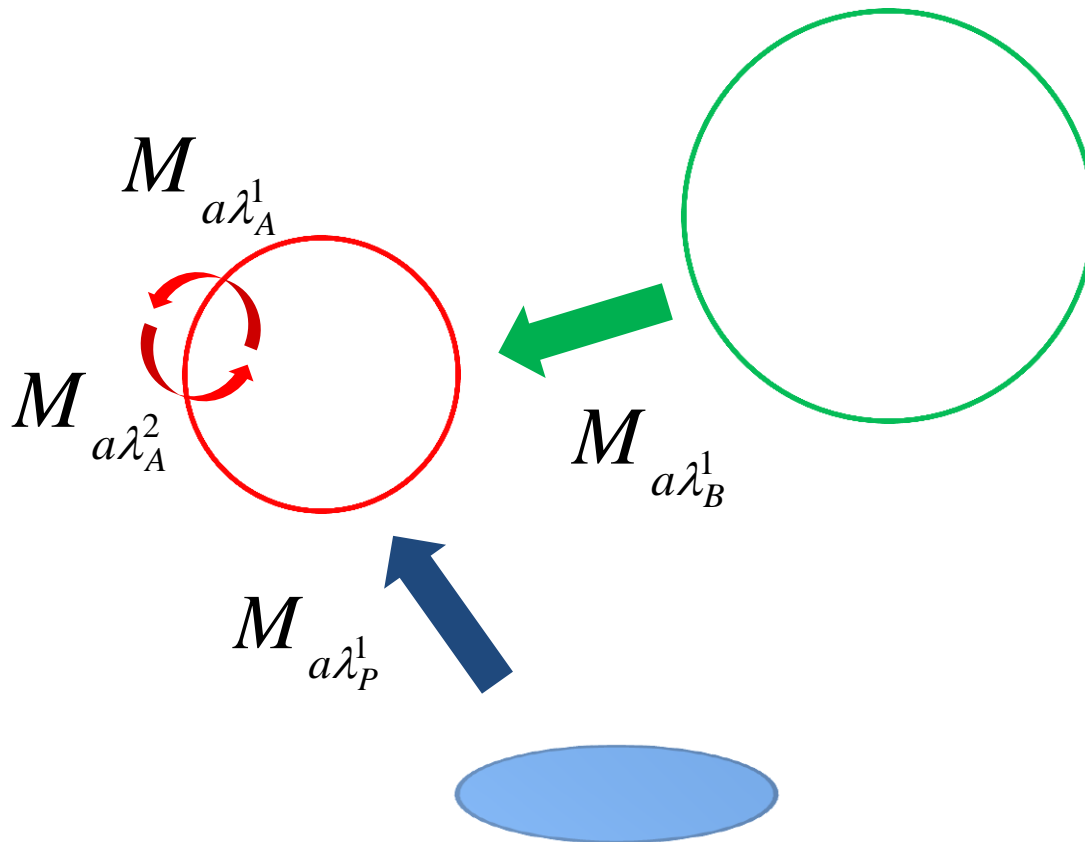
- Continuité de la pression et de la vitesse normale aux points tests des bulles
- Exprimée, respectivement, à l'aide des matrices de couplage  $M_{ij}$  et  $Q^n_{ij}$



## 1.6 - Calcul de la matrice globale de résolution : exemple

$$0 = M_{a\lambda_P^1} \cdot \lambda_P^1 + M_{a\lambda_A^1} \cdot \lambda_A^1 - M_{a\lambda_A^2} \cdot \lambda_A^2 + M_{a\lambda_B^1} \cdot \lambda_B^1$$

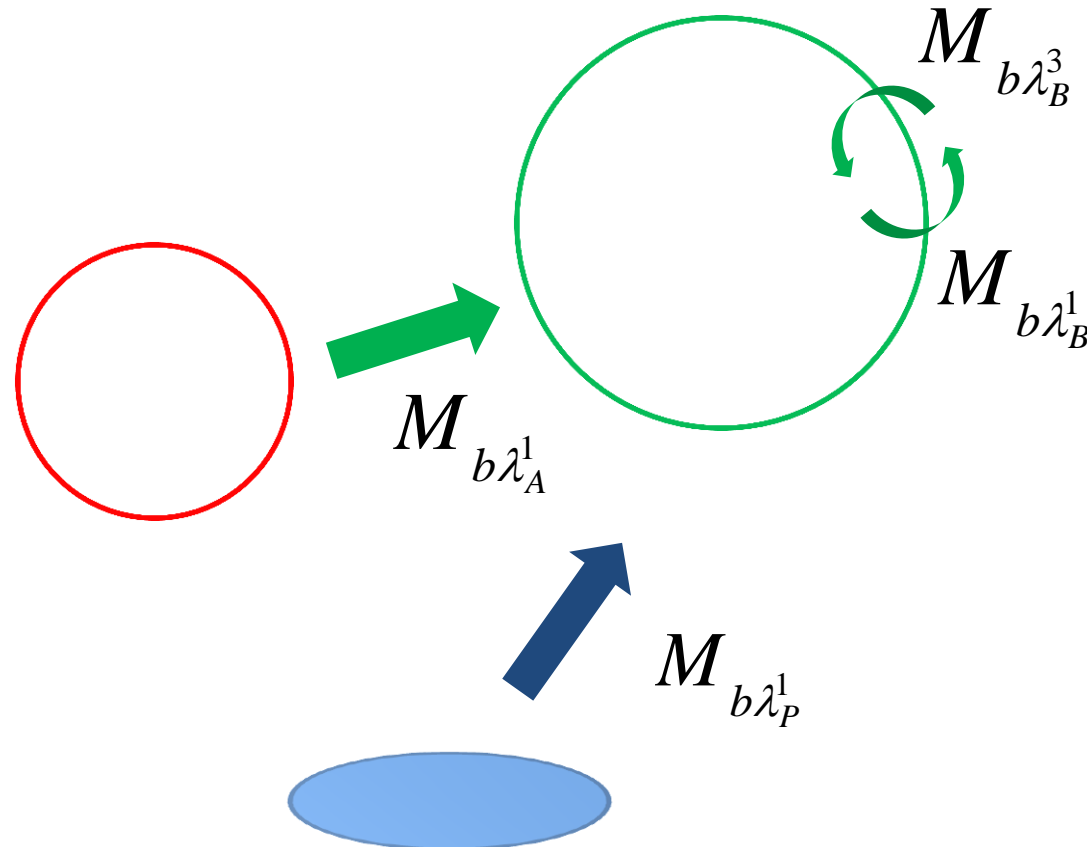
$$0 = \rho_1 \cdot Q_{a\lambda_P^1}^n \cdot \lambda_P^1 + \rho_1 \cdot Q_{a\lambda_A^1}^n \cdot \lambda_A^1 - \rho_2 \cdot Q_{a\lambda_A^2}^n \cdot \lambda_A^2 + \rho_1 \cdot Q_{a\lambda_B^1}^n \cdot \lambda_B^1$$



## 1.6 - Calcul de la matrice globale de résolution : exemple

### Conditions Limites Intrinsèques

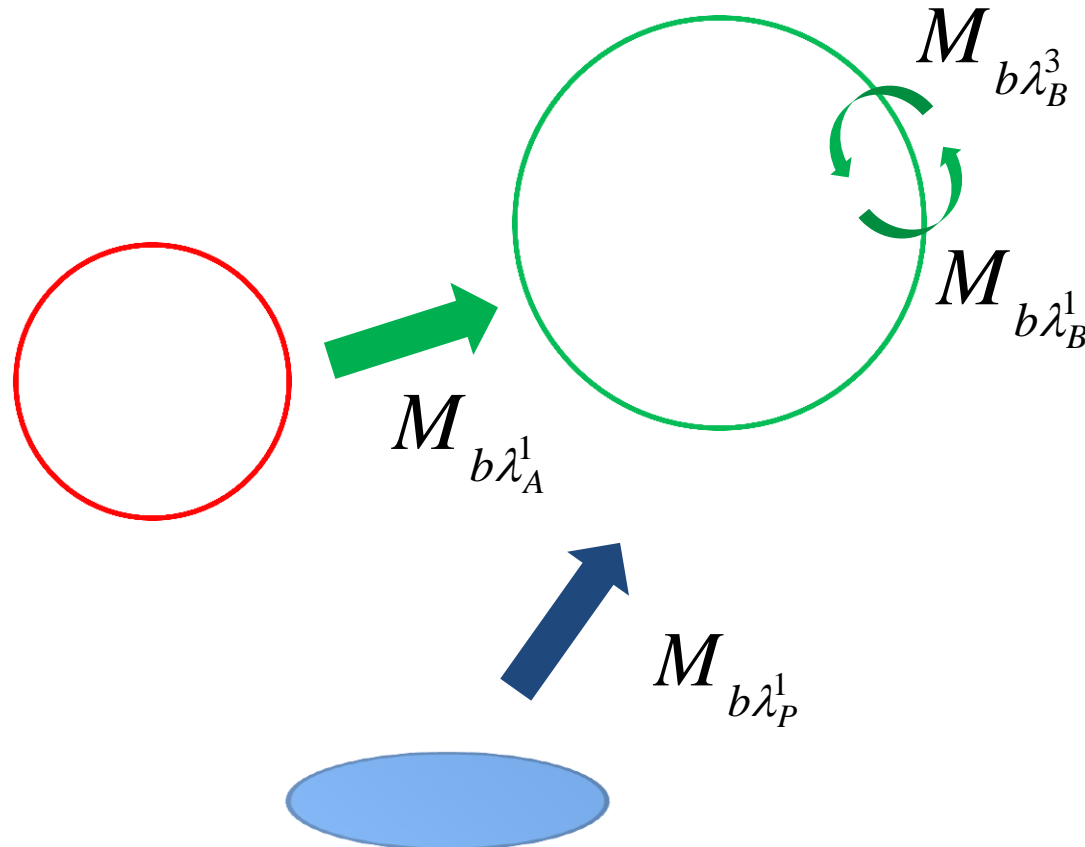
- Continuité de la pression et de la vitesse normale aux points tests des bulles
- Exprimée à l'aide des matrices de couplage  $M_{ij}$  et  $Q^n_{ij}$



## 1.6 - Calcul de la matrice globale de résolution : exemple

$$0 = M_{b\lambda_P^1} \cdot \lambda_P^1 + M_{b\lambda_A^1} \cdot \lambda_A^1 + M_{b\lambda_B^1} \cdot \lambda_B^1 - M_{b\lambda_B^2} \cdot \lambda_B^2$$

$$0 = \rho_1 \cdot Q_{b\lambda_P^1}^n \cdot \lambda_P^1 + \rho_1 \cdot Q_{b\lambda_A^1}^n \cdot \lambda_A^1 + \rho_1 \cdot Q_{b\lambda_B^1}^n \cdot \lambda_B^1 - \rho_3 \cdot Q_{b\lambda_B^2}^n \cdot \lambda_B^3$$



## 1.6 - Calcul de la matrice globale de résolution : exemple

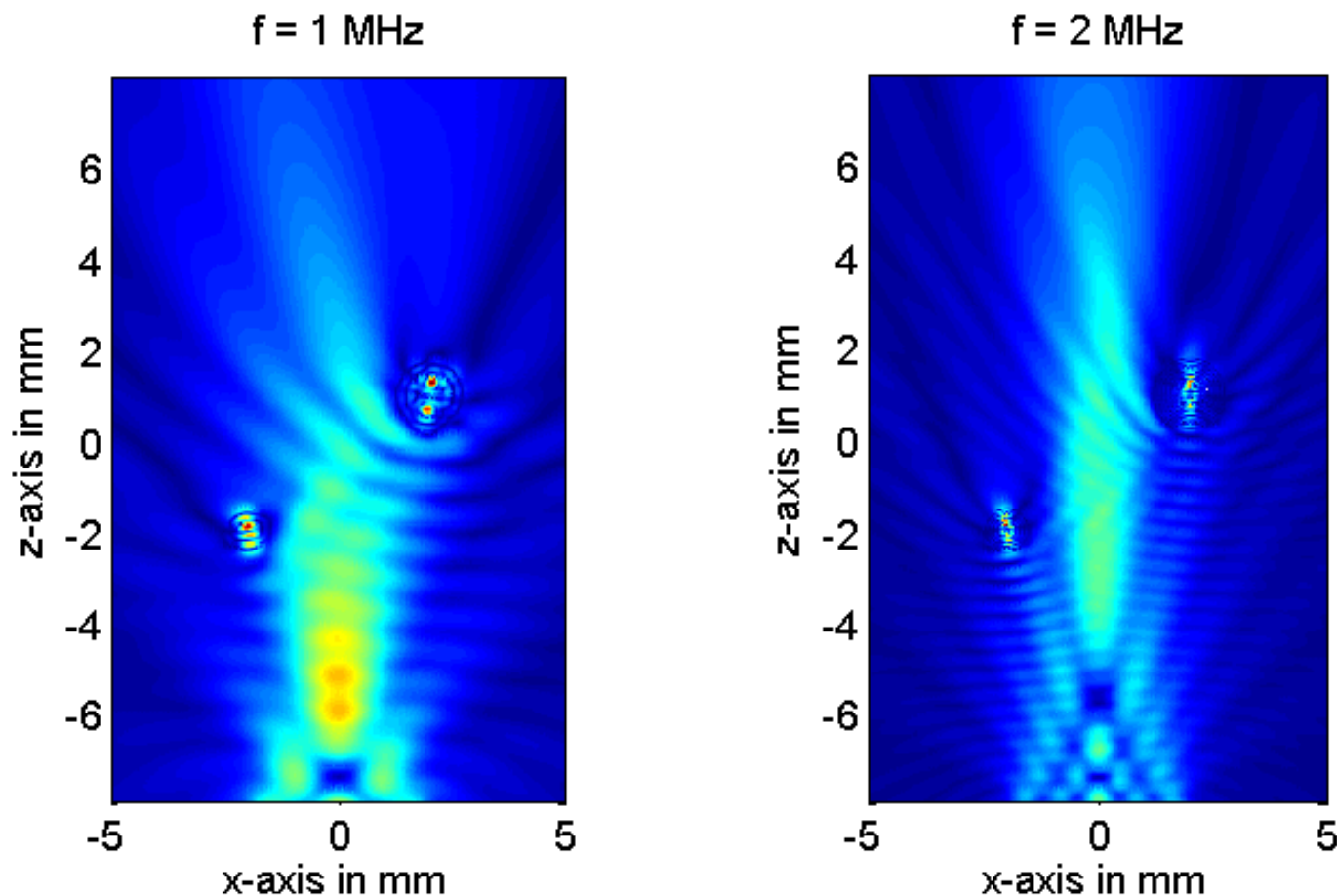
### Matrice globale de résolution

$$\begin{pmatrix} V_P \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q_{p\lambda_P^1} & Q_{p\lambda_A^1} & 0 & Q_{p\lambda_B^1} & 0 \\ M_{a\lambda_P^1} & M_{a\lambda_A^1} & -M_{a\lambda_A^2} & M_{a\lambda_B^1} & 0 \\ \rho_1 \cdot Q_{a\lambda_P^1}^n & \rho_1 \cdot Q_{a\lambda_A^1}^n & -\rho_2 \cdot Q_{a\lambda_A^2}^n & \rho_1 \cdot Q_{a\lambda_B^1}^n & 0 \\ M_{b\lambda_P^1} & M_{b\lambda_A^1} & 0 & M_{b\lambda_B^1} & -M_{b\lambda_B^3} \\ \rho_1 \cdot Q_{b\lambda_P^1}^n & \rho_1 \cdot Q_{b\lambda_A^1}^n & 0 & \rho_1 \cdot Q_{b\lambda_B^1}^n & -\rho_3 \cdot Q_{b\lambda_B^3}^n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_P^1 \\ \lambda_A^1 \\ \lambda_A^2 \\ \lambda_B^1 \\ \lambda_B^3 \end{pmatrix}$$

$$V = M \cdot \lambda$$

## 1.6 - Calcul de la matrice globale de résolution : exemple

### Calcul de la pression acoustique



## **2 – Exemples d'application**

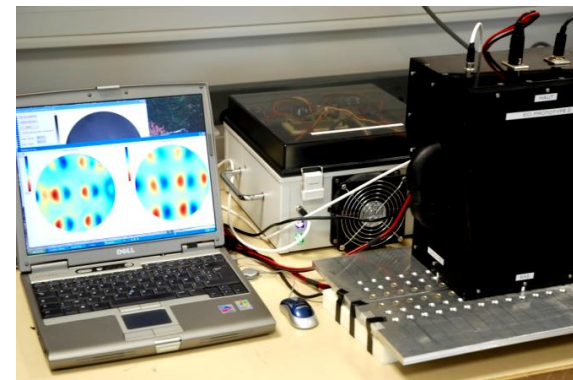
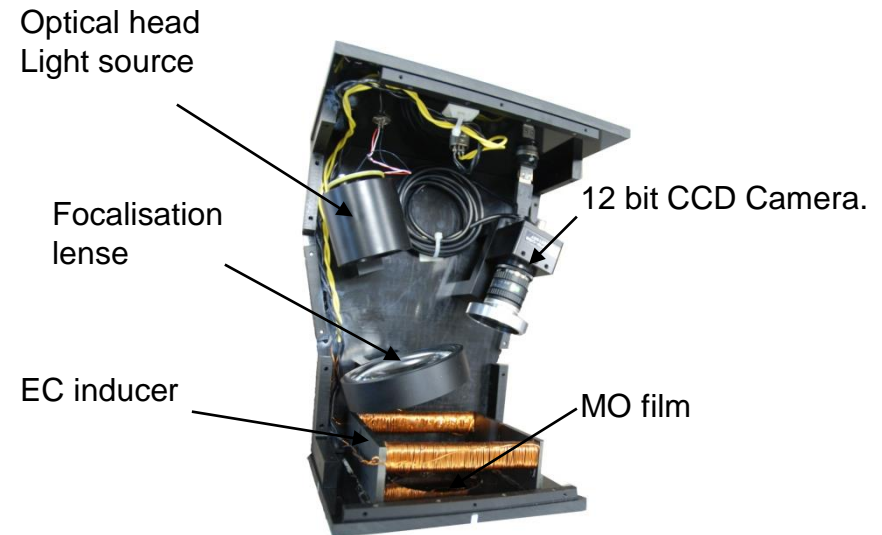
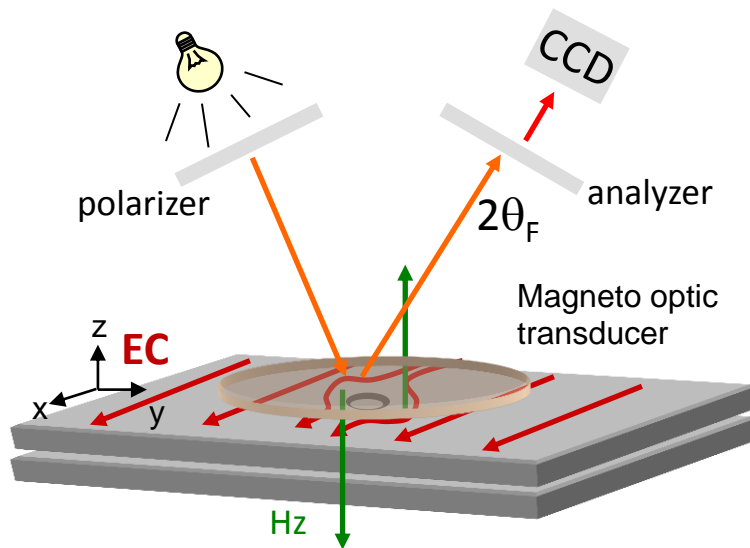
**2.1 - Electromagnétisme**

**2.2 - Mécanique des fluides**

## 2.1 - Electromagnétisme

### Modélisation d'un "Eddy Current Imager"

- CND par courant de foucault pour le contrôle de structure aéronautique

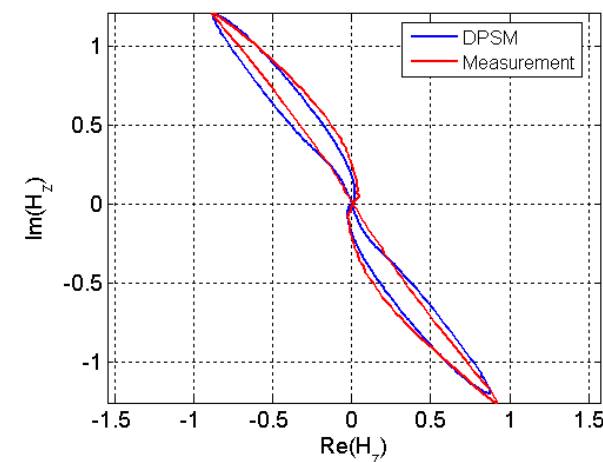
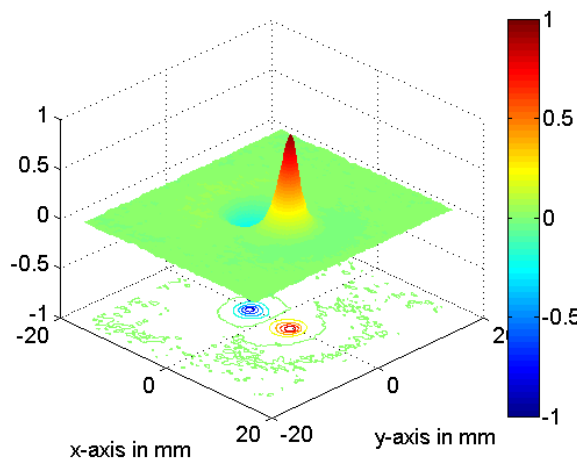
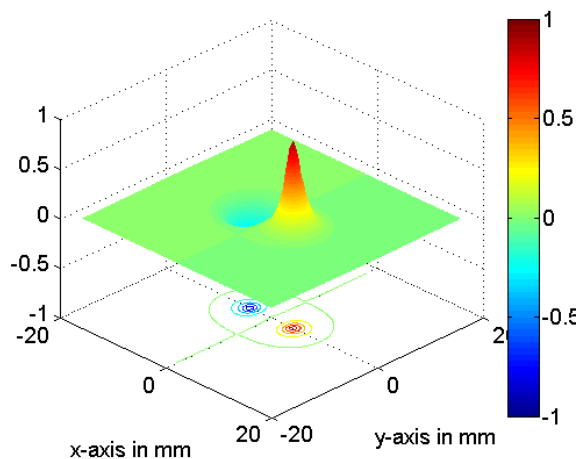
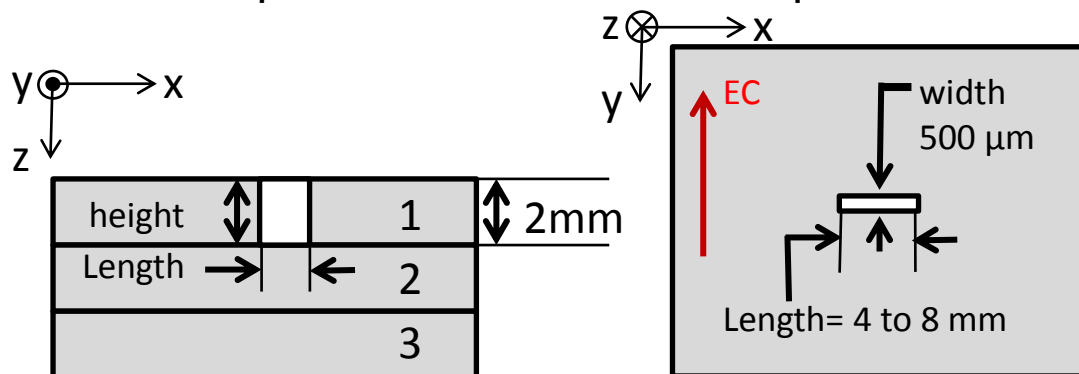




## 2.1 - Electromagnétisme

### Modélisation d'un "Eddy Current Imager"

- Modèle direct : comparaison des données expérimentales



## 2.1 - Electromagnétisme

### Exploitation du formalisme DPSM en problème inverse

- Retrouver la géométrie des fissures à partir des cartographies de champ observées en surface
  - **Projet IMADEF** : IMAgerie de DEFauts dans des pièces électriquement conductrices par la méthode des courants de Foucault et algorithmes de reconstruction régularisée
  - **Projet INVERSYM** : Caractérisation de fissures par imagerie courants de Foucault et inversion de données

## 2.2 - Mécanique des fluides

**Angle d'attaque :** Analogies avec l'électrostatique et électromagnétique sous certaines simplifications, le problème n'étant pas linéaire à cause du terme de convection présent dans les équations de Navier Stokes

**Sous l'hypothèse d'un fluide incompressible  $\text{div}(\vec{v}) = 0$  distinguons 2 cas :**

- Cas d'un fluide irrotationnel :  $\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{v}) = \vec{0}$

L'écoulement dérive d'un potentiel scalaire  $\vec{v} = -\overrightarrow{\text{grad}}(\theta)$

Analogie avec l'électrostatique : équation de Poisson  $\Delta\theta = 0$

Les sources émettent un flux radial

- Cas d'un fluide rotationnel :  $\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{v}) \neq \vec{0}$

Sources vortex :  $\vec{w} = \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{v})$

L'écoulement dérive d'un potentiel vecteur  $\vec{v} = -\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{A})$

Analogie avec l'électromagnétisme (Biot & Savart)

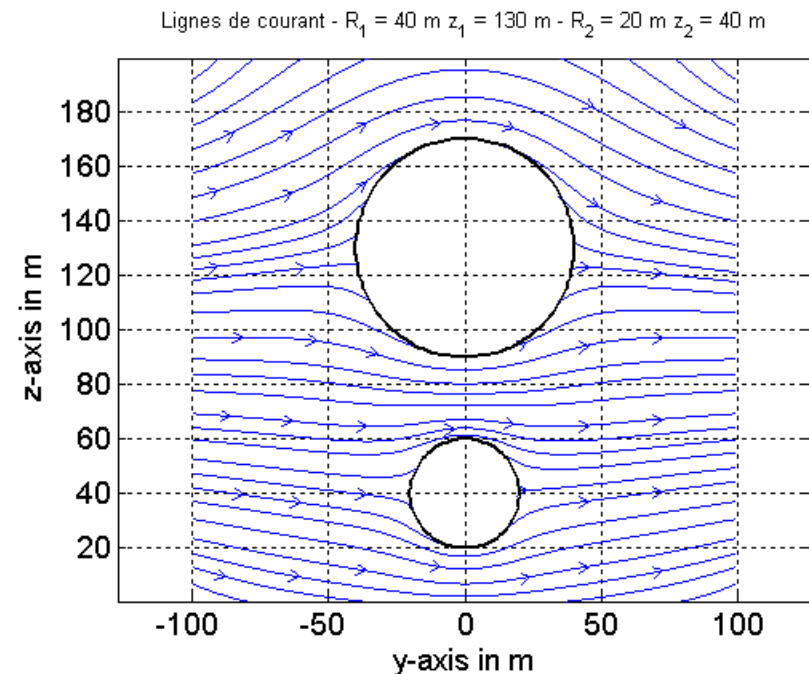
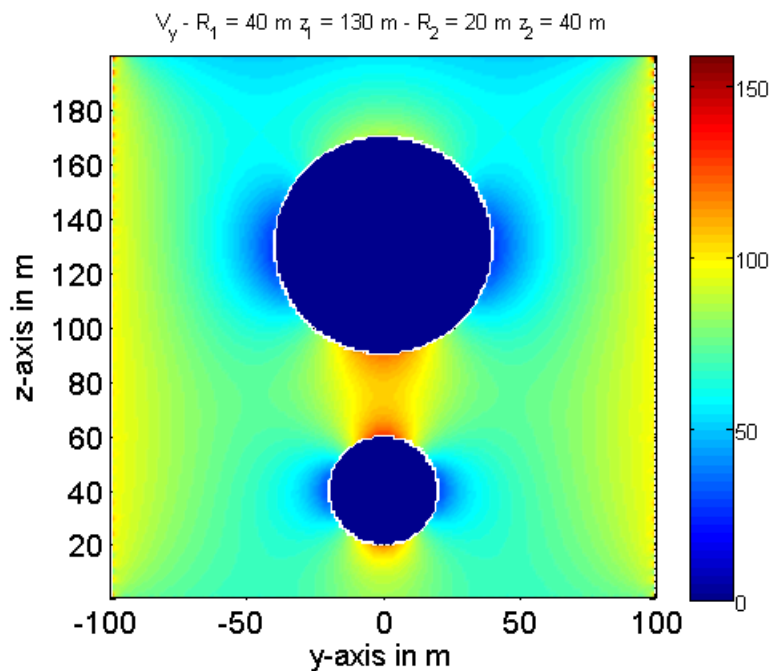
Les sources émettent un flux transverse (rotationnel).

**On satisfait au théorème d'Helmoltz Hodge en obtenant les parties longitudinales et transverses, solutions de l'équation différentielle**

## 2.2 - Mécanique des fluides

### Calcul d'écoulement

- Résolution en potentiel scalaire : effet Venturi



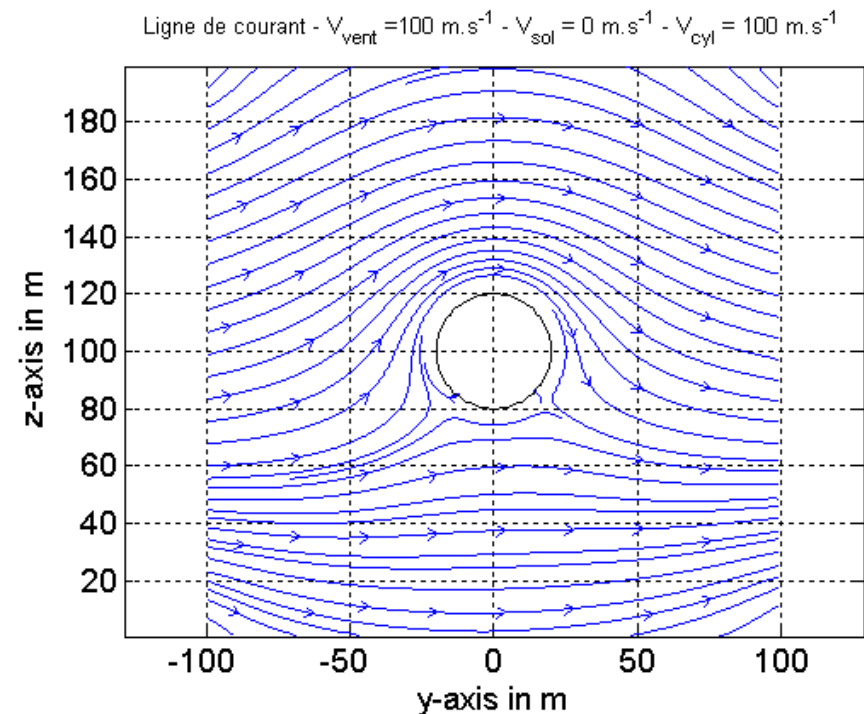
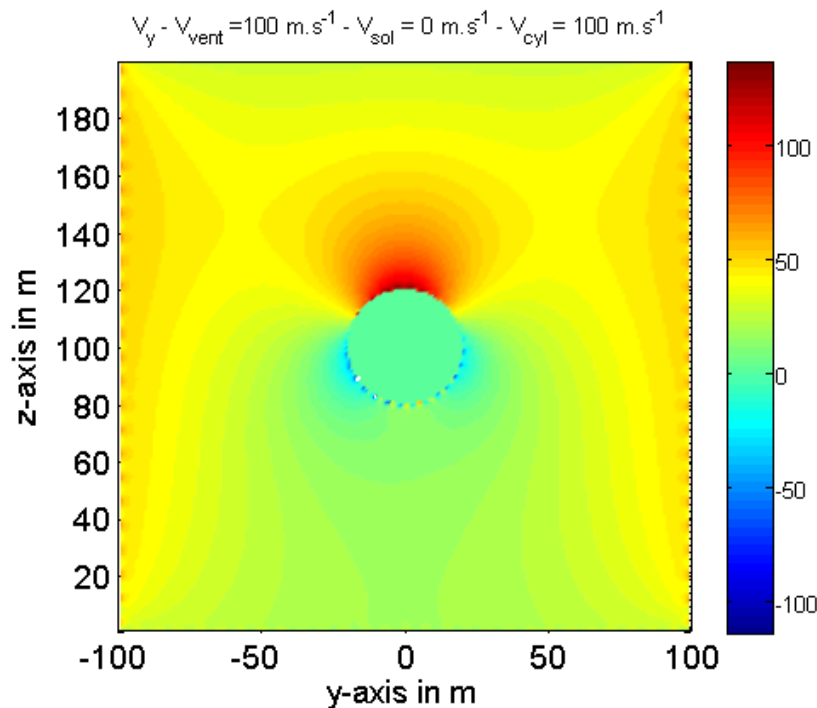
### Champ d'application :

- Écoulement laminaire (faible Re) : applications marines (carène de bateau)

## 2.2 - Mécanique des fluides

### Calcul d'écoulement : sphère en rotation

- Introduction de la vorticité pour satisfaire les CLU : effet Magnus



### Champ d'applications :

- Nombre de Re élevé : calcul en aérodynamique

## **3 – Logiciel associé**

### **3.1 - Ultrasons fluides**

- Présentation du logiciel**
- Calcul de champ de pression**

### **3.2 - Mécanique des fluides**

- Couplage du logiciel DPSM avec un logiciel de CAO**
- Illustration du calcul séquentiel**

## **4 – Collaborations, conclusions et perspectives**

- 4.1 - Collaborations**
- 4.2 - Diffusion de la méthode**
- 4.3 - Conclusions et perspectives**

## 4.1 - Collaborations universitaires

- ESIEE (Marne la Vallée) : modélisation de coupleurs RF capacitif
- Université Paris Est (Marne la Vallée) : modélisation capteur **électrostatique** pour le contrôle des conduits de précontrainte extérieures (modélisation électrostatique)
- Université d'Arizona (Tucson, USA, Prof. Kundu T.) : modélisations DPSM **ultrasons**, applications à de nombreux problèmes de CND : microscope acoustique, contrôle acoustique THZ (collaboration NASA), ...
- Université South Carolina (Charleston, USA, Prof. Giurgitiu V et Prof Banarjee S.) modélisations DPSM **ultrasons**
- IEF Université Paris SUD : modélisation de capteurs **capacitifs et magnétiques** RF pour applications biomédicales (champs de pression, lésions tissus)



## 4.1 - Collaborations industrielles

- **DCNS: Modélisation des composites carbone renforcés**
- **Andra : modélisation des sondes T/FDR pour la mesure de teneur en eau des matériaux poreux (béton et argilite)**
  - **Contrat étude post doctorale 1<sup>ère</sup> phase : 1/02/2011 au 1/08/2012**
  - **Contrat étude post doctorale 2<sup>ème</sup> phase : 1/11/2013 au 31/03/2015**
  - **Cession de logiciel**
- **LNE : modélisation des circuits d'un comparateur cryogénique de courant**
  - **Thèse CIFRE en cours**
- **FTSC (Flight Training Solutions Consulting Sas – Serge Gourlaouen) :**  
**modélisation des avions**
  - **Contrat avec une société aéronautique en cours (Silkan)**
  - **Cession d'une option sur licence pour le logiciel DPSM**

## 4.2 - Diffusion de la méthode

Ultrasonics 51 (2011) 571–580



ELSEVIER

Contents lists available at ScienceDirect

Ultrasonics

journal homepage: [www.elsevier.com/locate/ultras](http://www.elsevier.com/locate/ultras)



Extension of the distributed point source method for ultrasonic field modeling

Jiqi Cheng, Wei Lin, Yi-Xian Qin\*

Department of Biomedical Engineering, Stony Brook University, Stony Brook, NY 11794, USA

### Distributed Point Source Technique in Modeling Surface-Breaking Crack in a MFL Test

<sup>1</sup>Mehdi Kiyasatfar, <sup>2</sup>Maqsd Golzan, <sup>1</sup>Nader Pourmahmoud,  
<sup>3</sup>Mehdi Eskandarzade

<sup>1</sup>Urmia University, Dept. of Mech. Eng., Urmia, Iran

<sup>2</sup>Urmia University, Faculty of Science, Dept. of Physics, Urmia, Iran

<sup>3</sup>Urmia University of Technology, Dept. of Mech. Eng., Urmia, Iran

E-mail: [m.kiyasatfar@gmail.com](mailto:m.kiyasatfar@gmail.com)

J. Acoust. Soc. Am. **132** (3), September 2012

Application of the distributed point source method to rough  
surface scattering and ultrasonic wall thickness measurement

A. J. C. Jarvis and F. B. Cegla<sup>a)</sup>

Department of Mechanical Engineering, Imperial College London, London SW7 2AZ, United Kingdom

## 4.3 - Conclusions et perspectives : résumé

- Méthode fondée sur une distribution spatiale de sources ponctuelles aux surfaces actives et aux interfaces, qui 'synthétisent' les grandeurs physiques dans les différents milieux
  - Maillage uniquement des surfaces actives
- Modèle semi analytique basée sur l'utilisation de fonction Green et l'expression de conditions de raccordements génériques sous forme matricielle
  - Raccordement aux interfaces du potentiel et de sa dérivée
  - Chaque interaction est exprimée à l'aide de matrices de couplage
  - Possibilité de séparer les effets des sources liées aux différents objets
- Réalisation d'une matrice globale  $M$  relie le vecteur contenant l'ensemble des valeurs des sources DPSM  $\lambda$  (inconnues du problème), à un vecteur de conditions aux limites  $C$  (intrinsèques ou imposées par l'utilisateur):
  - $C = M \cdot \lambda$
  - Traitement des conditions aux limites au travers d'une simple multiplication

## 4.3 - Conclusions et perspectives : optimisation de la méthode

- Logiciel expert et utilisateur développé uniquement en Matlab pour l'instant  
Limitation à des systèmes ne contenant pas plus de 15000 points tests
  - Objectif majeur : optimisation du code via une réécriture du code en langage compilé
- Réduction de modèles
  - Utilisation de la méthode comme outil de réduction de modèles pour des systèmes complexes: la méthode est alors exploitée pour représenter et 'mimer' le comportement du système.
  - Vers du quasi temps réel !
- Vers des supports différents pour des applications pédagogiques
  - Applis tablettes et mur d'image ...

➡ **Collaboration SATIE/CMLA !**

## 4.4 - Conclusions et perspectives :

- Exploitation de la méthode dans des projets d'instrumentation et d'imagerie
  - Optimisation de systèmes de mesures, design de capteur, études paramétriques
  - Exploitation du formalisme matriciel dans des schémas d'inversion
- Développement de la méthode en mécanique des fluides
  - Comparaison à des méthodes « classiques »
  - Optimisation des simulateurs de vols : effet de sol, gradient de vents, ...
- Développement de la méthode en thermique
  - Applications dans l'instrumentation des bâtiments ...
- Modélisation de systèmes multi-physiques :
  - Aéro acoustique, thermo fluidique, ...
- Développement de la méthode en dynamique moléculaire :
  - Capacité de la méthode à modéliser l'interaction d'un grand nombre d'objet de taille très faible à des distances relatives très grandes

# Merci de votre attention

**Remerciements** : Tribikram Kundu, Nicolas Liebeaux, Aurelie Cruau, Michel Lemistre, Mathieu Gresil, Pierre-Yves Joubert, Eric Vourch, Vincent Thomas, Tien Anh N'Guyen, Frédéric Taillade, ...