

Proposition de projet Farman – Volet scientifique  
**IdParci** (**I**dentification **P**arcimonieuse)  
SATIE-CMLA

**Intitulé du projet :** IdParci

**Titre explicite :** Identification Parcimonieuse

**Version :** Standard

**Responsables scientifiques :**

Laboratoire SATIE : Jean-Pierre Barbot  
☎ 01 47 40 53 20  
jean-pierre.barbot@satie.ens-cachan.fr

Laboratoire CMLA : Florian de Vuyst  
☎ 01 47 40 59 28  
devuyst@cmla.ens-cachan.fr

**Durée du projet :** 24 mois

**Membres pressentis de l'équipe-projet :**

Laboratoire SATIE  
Jean-Pierre Barbot (maître de conférence)  
Thi Huyen TRANG (doctorante)

Laboratoire CMLA :  
Florian de Vuyst (Professeur)

**Résumé du projet :**

Dans tous les systèmes de transmission numérique de l'information, une parfaite connaissance du canal de propagation est nécessaire. Dans le cas de transmissions numériques sans fil, le canal de propagation est un système linéaire supposé invariant dans le temps. Ainsi ce canal est-il entièrement caractérisé par sa réponse impulsionnelle complexe et le fonctionnement de la grande majorité des systèmes de transmission intègrent une phase d'identification du canal (2G, 3G, ...).

Dans ce projet FARMAN "*IdParci*", nous proposons d'estimer la réponse impulsionnelle complexe du canal de propagation avec un minimum de paramètre. Pour cela seront introduites des normes de type  $\ell^0$  et de type  $\ell^1$  dans la recherche d'une solution parcimonieuse au problème d'identification du canal. Ces travaux seront initialement menés à l'aide de simulations, puis sur signaux réels mesurés avec un sondeur de canal.

**Description scientifique du projet**

Au difficile problème de compression de l'information numérique sans perte, ou avec pertes maîtrisées, Candes et Tao [1, 2] ont apporté une solution élégante en proposant une technique de régularisation sous contrainte de parcimonie. Dans cet objectif également, celui d'une représentation

parcimonieuse, Dohono [3] a proposé le “compressed sensing”, qui, à l’instar des transformées de Fourier et en ondelette, recherche une base de représentation (ou dictionnaire) dans laquelle l’information serait parcimonieuse. Ainsi, on peut résoudre le problème paramétré pour quelques valeurs bien choisies des paramètres, ou résoudre un problème de substitution, plus simple que le problème initial mais qu’on suppose suffisamment représentatif de celui-ci [4].

C’est dans ce cadre que s’inscrit cette proposition Farman, la problématique de ce projet étant : comment **établir une représentation parcimonieuse** et aussi fidèle que possible des caractéristiques **du canal de propagation radiomobile** ?

Le canal de propagation radiomobile est le canal de propagation électromagnétique exploité par les systèmes de transmission sans fil et mobiles pour acheminer de l’information : WiFi, WiMax, Bluetooth, 2G, 3G, 4G, ... Ce système a la particularité d’être linéaire et, moyennant certaines hypothèses, invariant dans le temps. Or, les systèmes linéaires et invariants dans le temps sont entièrement caractérisés par la mesure de leur réponse impulsionnelle complexe, ou, après transformée de Fourier, par celle de leur fonction de transfert. Notre objectif sera d’établir si par une technique parcimonieuse, il était possible d’accéder aux fonctions “réponse impulsionnelle complexe” ou “fonction de transfert” du canal.

D’un point de vue physique, le canal de propagation radiomobile est un canal multitrajets, comme représenté figure 1.

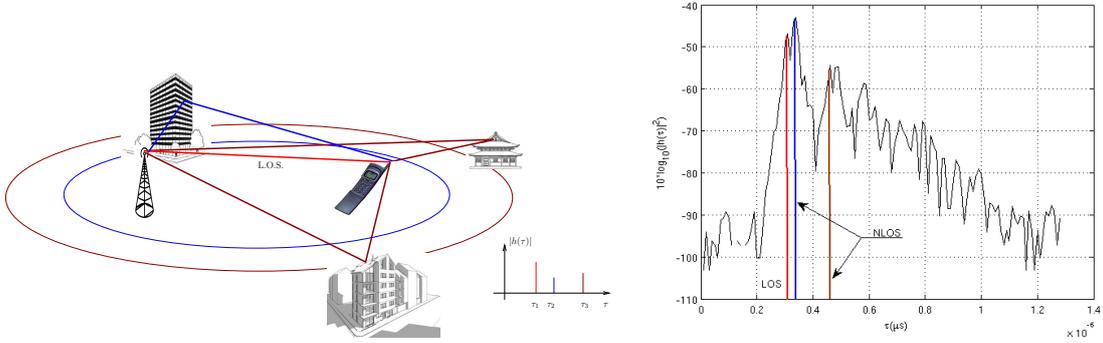


Figure 1: Canal radiomobile et ellipsoïde de Fresnel

Le signal perçu par le récepteur est donc la somme de multiples versions du signal injecté dans le canal, différemment retardées, déphasées et atténuées (voir figure 1, partie gauche). Lorsque le signal appliqué en entrée du canal est une impulsion, idéalement une impulsion de Dirac, le signal mesuré en sortie du canal sera directement la réponse impulsionnelle (figure 1, partie droite).

Formalisé mathématiquement, le signal observé peut s’écrire sous la forme :

$$\begin{aligned} x(t) &= h(t) \otimes h_{inst}(t) \otimes e(t) + n(t) \\ &= h(t) \otimes s(t) + n(t) = y(t) + n(t) \end{aligned} \quad (1)$$

avec  $\begin{cases} x(t), s(t), & \text{respectivement les signaux de sortie et d’entrée du canal,} \\ e(t) & \text{le signal d’entrée du dispositif de mesure,} \\ \otimes, & \text{le produit de convolution,} \\ h(t), h_{inst}(t) & \text{les réponses impulsionnelles du canal et du système de mesure,} \\ n(t) & \text{le bruit de mesure.} \end{cases}$

Ecrit sous une forme discrétisée, le système d’équations (1) peut se ré-écrire sous la forme :

$$x(k) = \sum_{m=0}^{M-1} s(k-m)h(m) + n(k) \quad k = 0, \dots, N-1 \quad (2)$$

et donc sous forme matricielle :

$$\mathbf{y} = \mathbf{S}\mathbf{h} \quad (3)$$

$$\mathbf{x} = \mathbf{S}\mathbf{h} + \mathbf{n} = \mathbf{y} + \mathbf{n} \quad (4)$$

avec

- $\mathbf{x} = (x(0), \dots, x(k), \dots, x(N-1))^T$  le vecteur d'observation (mesuré)  $N \times 1$ ,
- $\mathbf{S}$  la représentation sous forme matricielle du signal d'entrée  $N \times M$ ,  $\mathbf{S}_{ij} = s(i-j)$ ,
- $\mathbf{h}$  vecteur contenant la réponse impulsionnelle complexe  $M \times 1$
- $\mathbf{y} = \mathbf{S}\mathbf{h}$  le vecteur contenant la sortie du système linéaire (non bruitée),
- $\mathbf{n} = (n(0), \dots, n(N-1))^T$  le vecteur de bruit.

Trois grandes familles de techniques, issues de l'automatique linéaire : identification directe, mesure de la fonction de transfert (diagramme de Bode), identification par corrélation (ou filtre adapté), sont mises en œuvre pour la réalisation d'appareil de mesure dédiés à l'identification du canal, ou "sondeur de canal".

Diverses techniques de traitement du signal ont également été introduites. A titre d'exemple, citons l'identification au sens des moindres carrés, pour laquelle la fonction à minimiser s'écrit :

$$J_1 = \|\mathbf{x} - \mathbf{S}\mathbf{h}\|_2^2 = (\mathbf{x} - \mathbf{S}\mathbf{h})^H (\mathbf{x} - \mathbf{S}\mathbf{h}) \quad (5)$$

où  $\|\cdot\|_2^2$  est la norme  $\ell^2$ .

La solution de ce problème d'estimation,  $\hat{\mathbf{h}}_{LS}$ , s'écrit :

$$\hat{\mathbf{h}}_{LS} = (\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{-1} \mathbf{S}^H \mathbf{x} = \hat{\mathbf{h}}_{ML} \quad (6)$$

Sous l'hypothèse d'un Bruit Additif Blanc Gaussien (BABG),  $\hat{\mathbf{h}}_{LS}$  est également l'estimateur au sens du maximum de vraisemblance  $\hat{\mathbf{h}}_{ML}$ .

La résolution du problème inverse, équation (4), étant un problème mal posé (équation de Fredholm de 1<sup>ère</sup> espèce), elle peut également être résolue en imposant des contraintes supplémentaires  $\mathbf{C}$  sur la solution recherchée. La solution recherchée minimise le critère suivant :

$$J_2 = \|\mathbf{x} - \mathbf{S}\mathbf{h}\|_2^2 + \alpha \underbrace{(\mathbf{C}\mathbf{h})^H (\mathbf{C}\mathbf{h})}_{\text{Norme } \ell^2} \quad \alpha > 0 \quad (7)$$

La solution régularisée, issue de la minimisation  $J_2$ , est issue d'une optimisation sous contrainte de type multiplicateur de Lagrange. Le terme de contrainte  $\mathbf{C}$  permet d'introduire des *a priori* sur la solution recherchée : douceur [5], norme [6], ...

Tout naturellement donc, la contrainte de parcimonie s'introduit dans l'équation de régularisation (7) sous la forme :

$$J_3 = \|\mathbf{x} - \mathbf{S}\mathbf{h}\|_2^2 + \alpha \underbrace{\|\mathbf{h}\|_0}_{\text{Norme } \ell^0} \quad \alpha > 0 \quad (8)$$

De l'équation (8) dérivent trois problèmes :

1. dans le cas d'un *a priori* connu sur la parcimonie de la solution :

$$\hat{\mathbf{h}} = \arg \min_{\mathbf{h} \in \mathbb{C}^M} \|\mathbf{S}\mathbf{h} - \mathbf{x}\|_2^2 \text{ subject to } \|\mathbf{h}\|_0 \leq q \quad (9)$$

2. dans le cas d'un *a priori* connu sur la variance de la solution :

$$\hat{\mathbf{h}} = \arg \min_{\mathbf{h} \in \mathbb{C}^M} \|\mathbf{h}\|_0 \text{ subject to } \|\mathbf{S}\mathbf{h} - \mathbf{x}\|_2^2 \leq \epsilon \quad (10)$$

3. sans *a priori* ni sur la variance, ni sur la parcimonie :

$$\hat{\mathbf{h}} = \arg \min_{\mathbf{h} \in \mathbb{C}^M} \left\{ \frac{1}{2} \|\mathbf{S}\mathbf{h} - \mathbf{x}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{h}\|_0 \right\} \quad (11)$$

Du fait de la non-convéxité de la norme  $\ell^0$ , les problèmes (9), (10), et (11) sont NP-Hard et de plus non équivalents.

## Originalité du projet

L'introduction de la parcimonie pour représenter les réponses impulsionnelles complexes du canal de propagation radiomobile date des années 80. A cette époque, le COST 207 avait proposé une représentation du canal de propagation à l'aide de 6 coefficients complexes uniquement, en distinguant les environnements urbain, rural et montagneux [7]. Ces modèles de canaux, également appelés canaux GSM, ont permis la définition, puis les tests matériels, de la norme européenne de téléphonie GSM (2G). De même, pour la définition et les tests des équipements de la norme UMTS (3G) [8], une réponse résumée par 6 coefficients complexes a été utilisée et un environnement de propagation supplémentaire introduit : l'environnement de propagation Indoor [9].

L'originalité de l'étude proposée consisterait donc à revisiter ce problème en introduisant de nouveaux outils dans le processus de régularisation : les normes  $\ell^0$  et  $\ell^1$ .

### Types d'Analyse Envisagés :

- **Approche expérimentale** : le laboratoire SATIE dispose déjà d'une base de données mesurées comportant plusieurs dizaines de milliers de réponses impulsionnelles complexes. La collecte d'autres mesures sera effectuée en utilisant le sondeur de canal du LTCI de Telecom ParisTech. Cet ensemble de mesure servira à évaluer l'apport et/ou les dégradations liés à l'introduction de la contrainte de parcimonie de la solution.
- **Approche théorique** : la recherche d'une solution régularisée en norme  $\ell^0$  est un problème d'optimisation non-convexe. Toutes les techniques d'optimisation convexe qu'autorisait la norme  $\ell^2$  n'étant plus exploitables et le problème devient NP-Hard. Plusieurs approches existent alors. Il est par exemple possible de relaxer la contrainte norme  $\ell^0$  et de la remplacer par une norme  $\ell^1$ . Le problème redevient convexe, des algorithmes tels que Basis Pursuit (BP), De Noising Basis Pursuit (DNBP) [Chen *et al* 1998], Forward-Backward peuvent permettre d'accéder à de bonnes approximations de la solution. Des algorithmes gourmands, "Greedy algorithms" peuvent également être introduits pour accéder à une solution acceptable, citons à titre d'exemple les algorithmes Matching Pursuit (MP) [Mallat *et al* 1993] et Orthogonal Matched Pursuit (OMP). Une approche séduisante consiste en l'introduction progressive de la non-convéxité, citons par exemple la solution proposée par Mohimani *et al.* en 2009, la Smoothed  $\ell^0$ -norm (SL0). La comparaison entre ces diverses techniques pourrait permettre une analyse des solutions obtenues, tant en terme de biais, de variance que de complexité numérique. En effet, dans le cas de la norme  $\ell^1$ , la recherche d'un problème faiblement "parcimonieux" pourrait conduire à une solution biaisée. Une comparaison des performances biais/complexité numérique entre norme  $\ell^0$  et  $\ell^1$  serait intéressante de ce point de vue.

### Déroulement de l'étude :

- **Premier temps** : Recherche d'un modèle adapté à la représentation des réponses impulsionnelles complexes de type FIR (Finite Impulse Response) par le laboratoire SATIE, formalisation du problème (6 mois : T0 -T0+6).
- **Deuxième temps** : Recherche de solutions à partir de normes  $\ell^0$  et  $\ell^1$ , en utilisant comme algorithme de départ l'algorithme De-Noising Basis Pursuit (DNBP), dont l'utilisation semble tout à fait adaptée à notre problème (18 mois : T0+6 -T0+24)

- **Moyens et livrables** : L'étude est prévue sur une durée de deux ans. Outre les outils la chaîne de communications numériques du laboratoire SATIE, les laboratoires utiliseront les moyens humains suivants :
  - SATIE (2 personnes) : Jean-Pierre Barbot (MC, 20%, porteur du projet pour SATIE), Thi Huyen Trang NGUYEN (Doct 40%),
  - CMLA (1 personne) : Florian de Vuyst (Professeur des Universités, 20%, porteur du projet pour le CMLA)
  - Livrables : Un rapport de mi-parcours (T0+12) et un rapport final (T0+24).
- **Objectif** : Deux communications dans des congrès internationaux et au moins une revue internationale, toutes rédigées en commun.

**Publication du projet scientifique sur site web Farman** : Oui

## References

- [1] E. Candes, J. Romberg, and T. Tao, "Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information," *Information Theory, IEEE Transactions on*, vol. 52, no. 2, pp. 489–509, Feb 2006.
- [2] E. Candes and T. Tao, "Decoding by linear programming," *Information Theory, IEEE Transactions on*, vol. 51, no. 12, pp. 4203–4215, Dec 2005.
- [3] D. Donoho, "Compressed sensing," *Information Theory, IEEE Transactions on*, vol. 52, no. 4, pp. 1289–1306, April 2006.
- [4] C. Audouze, F. De Vuyst, and P. B. Nair, "Nonintrusive reduced-order modeling of parametrized time-dependent partial differential equations," *Numerical Methods for Partial Differential Equations, Wiley*, vol. 29, no. 5, pp. 1587–1628, 2013. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1002/num.21768>
- [5] B. R. Hunt, "Deconvolution of linear systems by constrained regression and its relationship to the Wiener theory," *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 17, no. 5, pp. 703–705, oct 1972.
- [6] J. Cullum, "The effective choice of smoothing norm of regularisation," *Mathematics of computation*, vol. 33, no. 145, pp. 149–170, Jan. 1979.
- [7] "Digital Land Mobile Radio Communications, Final report." COST 207, Tech. Rep., 1989.
- [8] "DIGITAL MOBILE RADIO TOWARDS FUTURE GENERATION SYSTEMS," COST231, Tech. Rep., 1999.
- [9] J.-P. Barbot, "Propagation radioelectrique avec les mobiles pour les communications personnelles à l'intérieur des batimens dans la bande 1-3 GHz," Ph.D. dissertation, june 1995.