



Le rôle des ondelettes temps-fréquence

dans la détection des ondes gravitationnelles

Yves Meyer

CMLA (CNRS UMR 8536)
Ecole Normale Supérieure de Paris-Saclay

Institut FARMAN, 27 septembre 2017

Plan de l'exposé

- ▶ Les faits: La détection des ondes gravitationnelles.
- ▶ Les outils: Les ondelettes temps-fréquence.
- ▶ Le cercle de Vienne.

Plan de l'exposé

- ▶ Les faits: **La détection des ondes gravitationnelles.**
- ▶ Les outils: **Les ondelettes temps-fréquence.**
- ▶ Le cercle de Vienne.

Plan de l'exposé

- ▶ Les faits: **La détection des ondes gravitationnelles.**
- ▶ Les outils: **Les ondelettes temps-fréquence.**
- ▶ Le cercle de Vienne.

L'étude approfondie de la nature est la source la plus féconde des découvertes mathématiques (Joseph Fourier, 1820).

Joseph Fourier

- ▶ Si la matière nous échappe comme celle de l'air et de la lumière par son extrême ténuité, si les corps sont placés loin de nous, dans l'immensité de l'espace, si l'homme veut connaître le spectacle des cieux pour des époques successives que sépare un grand nombre de siècles, si les actions de la gravité et de la chaleur s'exercent dans l'intérieur du globe solide à des profondeurs qui seront toujours inaccessibles,
- ▶ l'analyse mathématique peut encore saisir les lois de ces phénomènes. Elle nous les rend présents et mesurables, et semble être une faculté de la raison humaine destinée à suppléer à la brièveté de la vie et à l'imperfection des sens;

Joseph Fourier

- ▶ Si la matière nous échappe comme celle de l'air et de la lumière par son extrême ténuité, si les corps sont placés loin de nous, dans l'immensité de l'espace, si l'homme veut connaître le spectacle des cieux pour des époques successives que sépare un grand nombre de siècles, si les actions de la gravité et de la chaleur s'exercent dans l'intérieur du globe solide à des profondeurs qui seront toujours inaccessibles,
- ▶ l'analyse mathématique peut encore saisir les lois de ces phénomènes. Elle nous les rend présents et mesurables, et semble être une faculté de la raison humaine destinée à suppléer à la brièveté de la vie et à l'imperfection des sens;

et ce qui est plus remarquable encore, elle suit la même marche dans l'étude de tous les phénomènes; elle les interprète par le même langage, comme pour attester l'unité et la simplicité du plan de l'Univers, et rendre encore plus manifeste cet ordre immuable qui préside à toutes les causes naturelles.

Joseph Fourier, *Le discours préliminaire*.

Dans une lettre du 2 juillet 1830 adressée à Adrien-Marie Legendre, Jacobi écrit : "M. Fourier avait l'opinion que le but principal des mathématiques était l'utilité publique et l'explication des phénomènes naturels; mais un philosophe comme lui aurait dû savoir que le but unique de la science, c'est l'honneur de l'esprit humain, et que sous ce titre, une question de nombres vaut autant qu'une question du système du monde."

- ▶ Tous les deux mois environ, une **alerte** nous est envoyée. Elle vient du fond de l'Univers et nous annonce qu'un **événement gravitationnel cataclysmique** s'y est produit.
- ▶ Mais, jusqu'en septembre 2015, les scientifiques ne pouvaient pas **détecter** ces signaux.
- ▶ Tout changea le 14 septembre 2015 à 09:50:45 (UTC time): pour la première fois l'homme a détecté le passage d'une onde gravitationnelle et en a compris le message:

- ▶ Tous les deux mois environ, une **alerte** nous est envoyée. Elle vient du fond de l'Univers et nous annonce qu'un **événement gravitationnel cataclysmique** s'y est produit.
- ▶ Mais, jusqu'en septembre 2015, les scientifiques ne pouvaient pas **détecter** ces signaux.
- ▶ Tout changea le 14 septembre 2015 à 09:50:45 (UTC time): pour la première fois l'homme a détecté le passage d'une onde gravitationnelle et en a compris le message:

- ▶ Tous les deux mois environ, une **alerte** nous est envoyée. Elle vient du fond de l'Univers et nous annonce qu'un **événement gravitationnel cataclysmique** s'y est produit.
- ▶ Mais, jusqu'en septembre 2015, les scientifiques ne pouvaient pas **détecter** ces signaux.
- ▶ Tout changea le 14 septembre 2015 à 09:50:45 (UTC time): pour la première fois l'homme a détecté le passage d'une onde gravitationnelle et en a compris le message:

deux trous noirs avaient fusionné. Cette détection n'a été annoncée que le 11 février 2016, car les scientifiques voulaient être rigoureusement sûrs de leur analyse des données. Une nouvelle astrophysique est née et notre connaissance de l'Univers en sera à jamais modifiée. Cette **fusion entre deux trous noirs** s'est produite il y a un milliard trois cents millions d'années.

Ondes gravitationnelles \neq ondes électromagnétiques

- ▶ Ondes électromagnétiques: ondes radio, infra-rouge, lumière visible, ultraviolet, rayons X, rayons gamma.
- ▶ Les ondes acoustiques sont des vibrations de l'atmosphère et ne peuvent se propager dans le vide.
- ▶ Une onde gravitationnelle est une **vibration** de l'espace-temps, créant une modification **transitoire** de la géométrie de l'Univers. L'accélération d'un objet massif crée une onde gravitationnelle (trop faible, en général, pour être perçue).

Ondes gravitationnelles \neq ondes électromagnétiques

- ▶ Ondes électromagnétiques: ondes radio, infra-rouge, lumière visible, ultraviolet, rayons X, rayons gamma.
- ▶ Les ondes acoustiques sont des vibrations de l'atmosphère et ne peuvent se propager dans le vide.
- ▶ Une onde gravitationnelle est une **vibration** de l'espace-temps, créant une modification **transitoire** de la géométrie de l'Univers. L'accélération d'un objet massif crée une onde gravitationnelle (trop faible, en général, pour être perçue).

Ondes gravitationnelles \neq ondes électromagnétiques

- ▶ Ondes électromagnétiques: ondes radio, infra-rouge, lumière visible, ultraviolet, rayons X, rayons gamma.
- ▶ Les ondes acoustiques sont des vibrations de l'atmosphère et ne peuvent se propager dans le vide.
- ▶ Une onde gravitationnelle est une **vibration** de l'espace-temps, créant une modification **transitoire** de la géométrie de l'Univers. L'accélération d'un objet massif crée une onde gravitationnelle (trop faible, en général, pour être perçue).

Ondes gravitationnelles \neq ondes électromagnétiques

- ▶ Ces déformations de la géométrie de l'espace-temps, de la forme géométrique de l'Univers, se propagent dans l'Univers, **à la vitesse de la lumière**, sous la forme d'une vibration dont la durée peut être de l'ordre de quelques secondes.
- ▶ Une onde gravitationnelle est déclenchée par un événement gravitationnel cataclysmique.

Ondes gravitationnelles \neq ondes électromagnétiques

- ▶ Ces déformations de la géométrie de l'espace-temps, de la forme géométrique de l'Univers, se propagent dans l'Univers, **à la vitesse de la lumière**, sous la forme d'une vibration dont la durée peut être de l'ordre de quelques secondes.
- ▶ Une onde gravitationnelle est déclenchée par un événement gravitationnel cataclysmique.

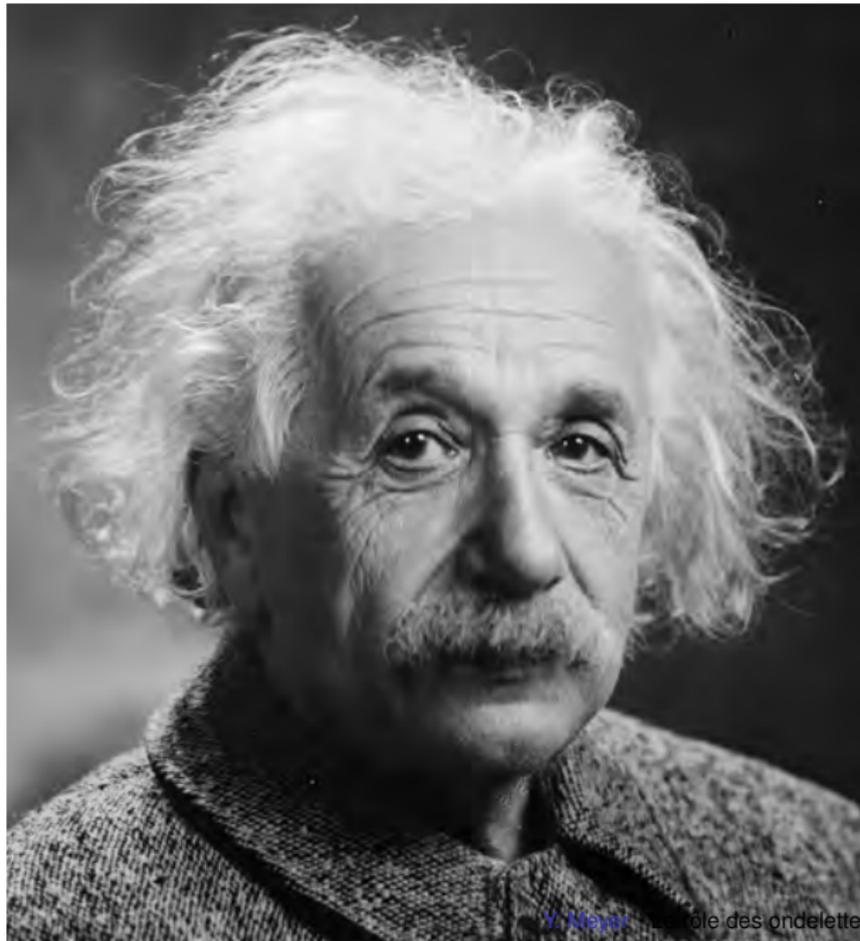
Le 14 septembre 2015

- ▶ Pendant quelques secondes l'énergie dissipée par cette fusion fut plus grande que toute l'énergie produite dans le reste de l'Univers. Cette fusion a déclenché l'onde gravitationnelle qui, après avoir traversé une grande partie de l'Univers à la vitesse de la lumière, a atteint, la terre le 14 septembre 2015 à 09:50:45 (temps UTC).
- ▶ This first detection is a spectacular discovery: the gravitational waves were produced during the final fraction of a second of the merger of two black holes to produce a single, more massive spinning black hole. **This collision of two black holes had been predicted but never observed.**[LIGO, Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory]

Le 14 septembre 2015

- ▶ Pendant quelques secondes l'énergie dissipée par cette fusion fut plus grande que toute l'énergie produite dans le reste de l'Univers. Cette fusion a déclenché l'onde gravitationnelle qui, après avoir traversé une grande partie de l'Univers à la vitesse de la lumière, a atteint, la terre le 14 septembre 2015 à 09:50:45 (temps UTC).
- ▶ This first detection is a spectacular discovery: the gravitational waves were produced during the final fraction of a second of the merger of two black holes to produce a single, more massive spinning black hole. **This collision of two black holes had been predicted but never observed.**[LIGO, Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory]

Einstein



Le rôle des
ondelettes
temps-fréquence

Y. Meyer

- ▶ Einstein avait prédit l'existence des ondes gravitationnelles, mais pensait qu'elles sont trop ténues pour pouvoir être détectées. Par ailleurs Einstein ne croyait pas en l'existence des trous noirs.
- ▶ La détection, le 14 septembre 2015, d'une onde gravitationnelle constitue la première **preuve directe de l'existence des trous noirs**.

- ▶ Einstein avait prédit l'existence des ondes gravitationnelles, mais pensait qu'elles sont trop ténues pour pouvoir être détectées. Par ailleurs Einstein ne croyait pas en l'existence des trous noirs.
- ▶ La détection, le 14 septembre 2015, d'une onde gravitationnelle constitue la première **preuve directe de l'existence des trous noirs**.

L'algorithme de Klimenko

- ▶ Le 14 septembre 2015 à 09:50:45, ce n'est pas l'homme qui a perçu la vibration de l'Univers, c'est un **algorithme** mis au point par **Sergey Klimenko** (University of Florida).
- ▶ Les nouveaux algorithmes qui ont permis la détection des ondes gravitationnelles font partie de l'**ANALYSE TEMPS-FRÉQUENCE**.
- ▶ L'algorithme de Klimenko n'utilise pas de connaissance a priori sur le signal recherché et permet donc la détection de toute une gamme de **gravitational-wave bursts** provenant d'autres événements cataclysmiques dans l'Univers.

L'algorithme de Klimenko

- ▶ Le 14 septembre 2015 à 09:50:45, ce n'est pas l'homme qui a perçu la vibration de l'Univers, c'est un **algorithme** mis au point par **Sergey Klimenko** (University of Florida).
- ▶ Les nouveaux algorithmes qui ont permis la détection des ondes gravitationnelles font partie de l'**ANALYSE TEMPS-FRÉQUENCE**.
- ▶ L'algorithme de Klimenko n'utilise pas de connaissance a priori sur le signal recherché et permet donc la détection de toute une gamme de **gravitational-wave bursts** provenant d'autres événements cataclysmiques dans l'Univers.

L'algorithme de Klimenko

- ▶ Le 14 septembre 2015 à 09:50:45, ce n'est pas l'homme qui a perçu la vibration de l'Univers, c'est un **algorithme** mis au point par **Sergey Klimenko** (University of Florida).
- ▶ Les nouveaux algorithmes qui ont permis la détection des ondes gravitationnelles font partie de l'**ANALYSE TEMPS-FRÉQUENCE**.
- ▶ L'algorithme de Klimenko n'utilise pas de connaissance a priori sur le signal recherché et permet donc la détection de toute une gamme de **gravitational-wave bursts** provenant d'autres événements cataclysmiques dans l'Univers.

L'algorithme de Klimenko

Le rôle des
ondelettes
temps-fréquence

Y. Meyer



L'algorithme de Klimenko



L'algorithme de Klimenko

- ▶ I develop a search algorithm Coherent WaveBurst together with my UF colleagues and collaborators from Germany (AEI Hannover) and Italy (Padova & Trento).
- ▶ On September 14, 2015 the Coherent WaveBurst algorithm discovered a signal from two colliding black holes three minutes after the data was collected from the LIGO instruments.
- ▶ The key features of Coherent WaveBurst are that by using WAVELETS it explores the TIME-FREQUENCY structure of the data and finds signals in the LIGO frequency band without restrictions to a particular source type listed above.

L'algorithme de Klimenko

- ▶ I develop a search algorithm Coherent WaveBurst together with my UF colleagues and collaborators from Germany (AEI Hannover) and Italy (Padova & Trento).
- ▶ On September 14, 2015 the Coherent WaveBurst algorithm discovered a signal from two colliding black holes three minutes after the data was collected from the LIGO instruments.
- ▶ The key features of Coherent WaveBurst are that by using WAVELETS it explores the TIME-FREQUENCY structure of the data and finds signals in the LIGO frequency band without restrictions to a particular source type listed above.

L'algorithme de Klimenko

- ▶ I develop a search algorithm Coherent WaveBurst together with my UF colleagues and collaborators from Germany (AEI Hannover) and Italy (Padova & Trento).
- ▶ On September 14, 2015 the Coherent WaveBurst algorithm discovered a signal from two colliding black holes three minutes after the data was collected from the LIGO instruments.
- ▶ The key features of Coherent WaveBurst are that by using WAVELETS it explores the TIME-FREQUENCY structure of the data and finds signals in the LIGO frequency band without restrictions to a particular source type listed above.

- ▶ Most of these sources are difficult to model, therefore, the search algorithms should use no or little assumptions on the source models.
- ▶ Coherent Waveburst was designed to cast the widest possible net for gravitational-wave bursts and extract their properties such as bandwidth, duration, sky location, polarization state and signal waveform.
- ▶ Also it can detect signal in real-time, minutes after a gravitational wave is recorded by detectors, which is important for the multi-messenger astronomy.

L'algorithme de Klimenko

- ▶ Most of these sources are difficult to model, therefore, the search algorithms should use no or little assumptions on the source models.
- ▶ Coherent Waveburst was designed to cast the widest possible net for gravitational-wave bursts and extract their properties such as bandwidth, duration, sky location, polarization state and signal waveform.
- ▶ Also it can detect signal in real-time, minutes after a gravitational wave is recorded by detectors, which is important for the multi-messenger astronomy.

- ▶ Most of these sources are difficult to model, therefore, the search algorithms should use no or little assumptions on the source models.
- ▶ Coherent Waveburst was designed to cast the widest possible net for gravitational-wave bursts and extract their properties such as bandwidth, duration, sky location, polarization state and signal waveform.
- ▶ Also it can detect signal in real-time, minutes after a gravitational wave is recorded by detectors, which is important for the multi-messenger astronomy.

Nous entendons l'Univers

Et nous entendons l'Univers grâce à des **algorithmes** qui ressemblent à ceux que l'on emploie depuis la fin des années 80 dans le son numérique **Dolby** (que l'on trouve dans tous les films récents).

- ▶ La National Science Foundation avait construit à la fin des années 90 deux observatoires géants séparés de 3.002 Kms. L'un (Hanford) est situé près de Seattle (Etat de Washington), l'autre (Livingston) est situé en Louisiane.
- ▶ Ces observatoires ont fonctionné pendant 8 ans sans détecter la moindre onde gravitationnelle. Cela a conduit la NSF à remplacer les détecteurs par une version dont la sensibilité est très améliorée (Advanced LIGO, 2015).

- ▶ La National Science Foundation avait construit à la fin des années 90 deux observatoires géants séparés de 3.002 Kms. L'un (Hanford) est situé près de Seattle (Etat de Washington), l'autre (Livingston) est situé en Louisiane.
- ▶ Ces observatoires ont fonctionné pendant 8 ans sans détecter la moindre onde gravitationnelle. Cela a conduit la NSF à remplacer les détecteurs par une version dont la sensibilité est très améliorée (Advanced LIGO, 2015).

Hanford, Etat de Washington

Le rôle des
ondelettes
temps-fréquence



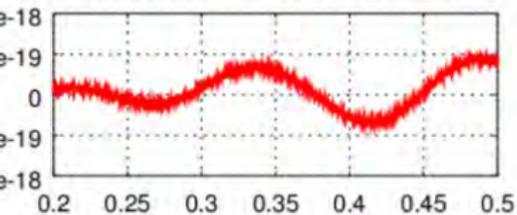
Livingstone, Etat de Louisiane

Le rôle des
ondelettes
temps-fréquence

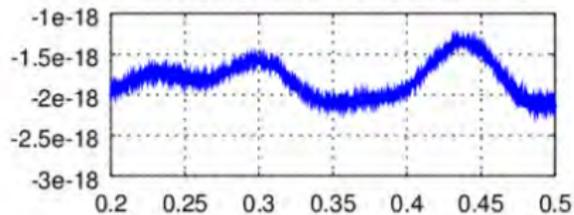


Les détecteurs

Hanford H1: raw data



Livingston L1: raw data



Detection

- ▶ Les propriétés statistiques des bruits mécaniques sont connues, ce qui permet de le soustraire, ainsi que d'autres bruits parasites connus.
- ▶ Le signal restant est encore corrompu par des bruits informatiques appelés **glitches**.
- ▶ On optimise la corrélation entre la représentation temps-fréquence du signal Livingston débruité et des **translatés** de la représentation temps-fréquence du signal H anford débruité. Le décalage temporel est dû à la vitesse de propagation de l'onde gravitationnelle.

Detection

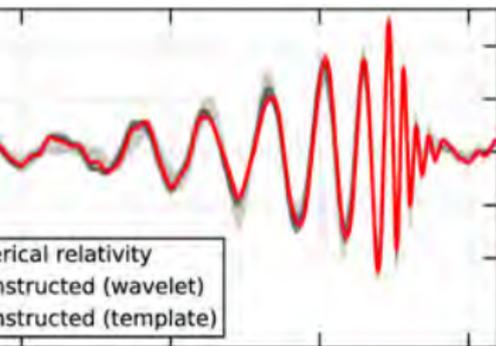
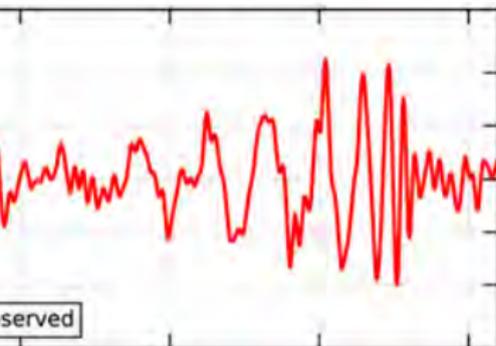
- ▶ Les propriétés statistiques des bruits mécaniques sont connues, ce qui permet de le soustraire, ainsi que d'autres bruits parasites connus.
- ▶ Le signal restant est encore corrompu par des bruits informatiques appelés **glitches**.
- ▶ On optimise la corrélation entre la représentation temps-fréquence du signal Livingston débruité et des **translatés** de la représentation temps-fréquence du signal H anford débruité. Le décalage temporel est dû à la vitesse de propagation de l'onde gravitationnelle.

Detection

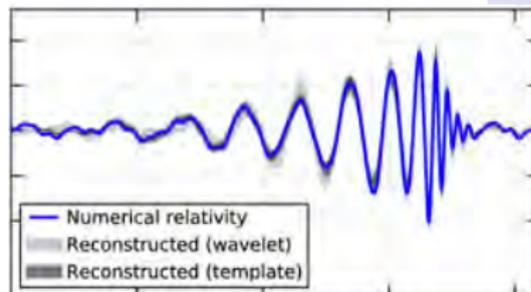
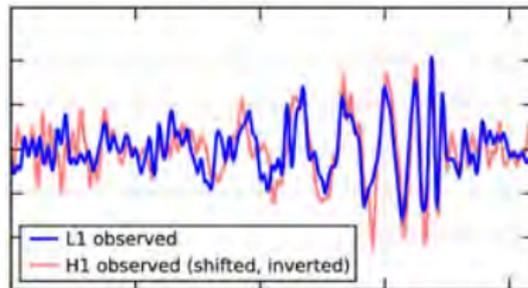
- ▶ Les propriétés statistiques des bruits mécaniques sont connues, ce qui permet de le soustraire, ainsi que d'autres bruits parasites connus.
- ▶ Le signal restant est encore corrompu par des bruits informatiques appelés **glitches**.
- ▶ On optimise la corrélation entre la représentation temps-fréquence du signal Livingston débruité et des **translatés** de la représentation temps-fréquence du signal H anford débruité. Le décalage temporel est dû à la vitesse de propagation de l'onde gravitationnelle.

Les détecteurs

Hanford, Washington (H1)



Livingston, Louisiana (L1)



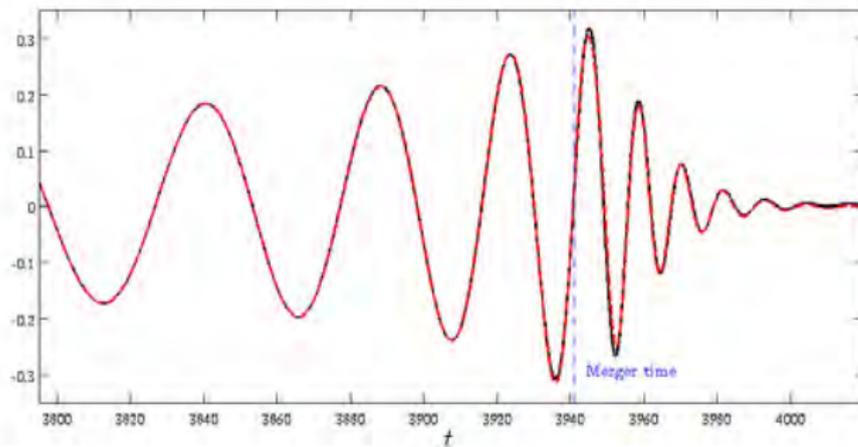
- ▶ Onde gravitationnelle GW150914 enregistrée par les détecteurs LIGO de Hanford (H1, colonne de gauche) et de Livingston (L1, colonne de droite) le 14 septembre 2015 à 09:50:45 UTC.
- ▶ Les fréquences des séries temporelles sont filtrées pour ne conserver que la bande de fréquences la plus sensible du détecteur, et pour éliminer certaines “lignes spectrales” dues aux instruments de mesure.

- ▶ Onde gravitationnelle GW150914 enregistrée par les détecteurs LIGO de Hanford (H1, colonne de gauche) et de Livingston (L1, colonne de droite) le 14 septembre 2015 à 09:50:45 UTC.
- ▶ Les fréquences des séries temporelles sont filtrées pour ne conserver que la bande de fréquences la plus sensible du détecteur, et pour éliminer certaines “lignes spectrales” dues aux instruments de mesure.

Par des calculs théoriques basés sur les travaux d'Einstein, Thibault Damour avait établi la forme analytique que devrait avoir une onde gravitationnelle produite par l'effondrement l'une sur l'autre de deux étoiles à neutrons en rotation rapide. C'est une fonction du temps définie par

$$s(t) = c|t - t_0|^{-\alpha} \cos(\omega|t - t_0|^\beta + \varphi)$$

où c est une constante, $\alpha = 1/4$, $\beta = 5/8$, $\omega \gg 1$ et t_0 est l'instant de la coalescence des deux étoiles à neutrons. Ce signal $s(t)$ est un exemple de signaux modulés en fréquence, un **chirp**.



- ▶ Le mot anglais **chirp** signifie le chant modulé d'un oiseau. En traitement du signal il s'agit d'un signal modulé en fréquence.
- ▶ Les chirps existent dans la Nature. Ils sont utilisés par les animaux pour s'orienter ou communiquer. Les oiseaux, les grenouilles et les baleines émettent des chirps. Une espèce particulière de chauve-souris (*eptesicus fucus*) utilise un sonar basé sur l'émission de chirps.

- ▶ Le mot anglais **chirp** signifie le chant modulé d'un oiseau. En traitement du signal il s'agit d'un signal modulé en fréquence.
- ▶ Les chirps existent dans la Nature. Ils sont utilisés par les animaux pour s'orienter ou communiquer. Les oiseaux, les grenouilles et les baleines émettent des chirps. Une espèce particulière de chauve-souris (*eptesicus fucus*) utilise un sonar basé sur l'émission de chirps.

The hunting of the chirp

- ▶ La déformation des longueurs n'est perceptible qu'au moment précis où l'onde gravitationnelle rencontre le détecteur. L'espace-temps se déforme alors pendant quelques secondes. La déformation des longueurs des bras de l'interféromètre ne dépasse pas le dix-millième du diamètre du proton.
- ▶ Cette déformation est une fonction $\sigma(t)$ du temps. Le signal observé $s(t) = \sigma(t) + r(t)$ n'est pas cette déformation. Il est corrompu par un bruit $r(t)$ (bruit mécanique dont les propriétés statistiques sont connues, bruit thermique et *glitches*).
- ▶ Ce bruit $r(t)$ est mille fois plus grand que le signal recherché $\sigma(t)$. Klimentko devait donc détecter un événement qui a toutes les chances de passer totalement inaperçu.

The hunting of the chirp

- ▶ La déformation des longueurs n'est perceptible qu'au moment précis où l'onde gravitationnelle rencontre le détecteur. L'espace-temps se déforme alors pendant quelques secondes. La déformation des longueurs des bras de l'interféromètre ne dépasse pas le dix-millième du diamètre du proton.
- ▶ **Cette déformation est une fonction $\sigma(t)$ du temps.** Le signal observé $s(t) = \sigma(t) + r(t)$ n'est pas cette déformation. Il est corrompu par un bruit $r(t)$ (bruit mécanique dont les propriétés statistiques sont connues, bruit thermique et *glitches*).
- ▶ Ce bruit $r(t)$ est mille fois plus grand que le signal recherché $\sigma(t)$. Klimentko devait donc détecter un événement qui a toutes les chances de passer totalement inaperçu.

The hunting of the chirp

- ▶ La déformation des longueurs n'est perceptible qu'au moment précis où l'onde gravitationnelle rencontre le détecteur. L'espace-temps se déforme alors pendant quelques secondes. La déformation des longueurs des bras de l'interféromètre ne dépasse pas le dix-millième du diamètre du proton.
- ▶ **Cette déformation est une fonction $\sigma(t)$ du temps.** Le signal observé $s(t) = \sigma(t) + r(t)$ n'est pas cette déformation. Il est corrompu par un bruit $r(t)$ (bruit mécanique dont les propriétés statistiques sont connues, bruit thermique et *glitches*).
- ▶ Ce bruit $r(t)$ est **mille fois** plus grand que le signal recherché $\sigma(t)$. Klimentko devait donc détecter un événement qui a toutes les chances de passer totalement inaperçu.

The hunting of the chirp

- ▶ Dès lors les chercheurs se trouvaient devant un choix difficile: utiliser la technique du **filtre adapté** ou un algorithme générique.
- ▶ Le **filtre adapté** revient à chercher un petit morceau du signal qui, au réglage près des paramètres, soit identique à la solution trouvée par Thibault Damour. C'est pourquoi cette méthode est appelée paramétrique.
- ▶ Dans l'algorithme générique on oublie la solution explicite pour chercher tout ce qui dans le signal a la même allure qu'un chirp. C'est la méthode choisie par Klimenko. C'est elle qui a gagné.

The hunting of the chirp

- ▶ Dès lors les chercheurs se trouvaient devant un choix difficile: utiliser la technique du **filtre adapté** ou un algorithme générique.
- ▶ Le **filtre adapté** revient à chercher un petit morceau du signal qui, au réglage près des paramètres, soit identique à la solution trouvée par Thibault Damour. C'est pourquoi cette méthode est appelée paramétrique.
- ▶ Dans l'algorithme générique on oublie la solution explicite pour chercher tout ce qui dans le signal a la même allure qu'un chirp. C'est la méthode choisie par Klimenko. C'est elle qui a gagné.

The hunting of the chirp

- ▶ Dès lors les chercheurs se trouvaient devant un choix difficile: utiliser la technique du **filtre adapté** ou un algorithme générique.
- ▶ Le **filtre adapté** revient à chercher un petit morceau du signal qui, au réglage près des paramètres, soit identique à la solution trouvée par Thibault Damour. C'est pourquoi cette méthode est appelée paramétrique.
- ▶ Dans l'algorithme générique on oublie la solution explicite pour chercher tout ce qui dans le signal a la même allure qu'un chirp. C'est la méthode choisie par Klimenko. C'est elle qui a gagné.

L'analyse temps-fréquence

L'analyse temps-fréquence a été créée par Eugène Wigner (en 1932), puis développée par Dennis Gabor (en 1946) et Kenneth Wilson (en 1987), trois prix Nobel de physique. Nous reviendrons sur leurs travaux.

- ▶ Les motivations de Wigner, Gabor et Wilson n'étaient pas la détection des ondes gravitationnelles, mais (1) la mécanique quantique, (2) l'analyse du signal de parole et (3) la théorie de la renormalisation.
- ▶ Du côté des mathématiciens, l'analyse temps-fréquence s'appelle l'**analyse micro-locale**. Elle concerne la mécanique quantique, la géométrie riemannienne et les équations aux dérivées partielles.

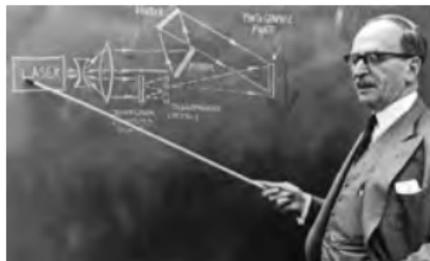
- ▶ Les motivations de Wigner, Gabor et Wilson n'étaient pas la détection des ondes gravitationnelles, mais (1) la mécanique quantique, (2) l'analyse du signal de parole et (3) la théorie de la renormalisation.
- ▶ Du côté des mathématiciens, l'analyse temps-fréquence s'appelle **l'analyse micro-locale**. Elle concerne la mécanique quantique, la géométrie riemannienne et les équations aux dérivées partielles.

L'analyse temps-fréquence

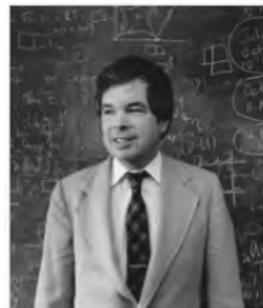
Y. Meyer



Eugène Wigner



Dennis Gabor



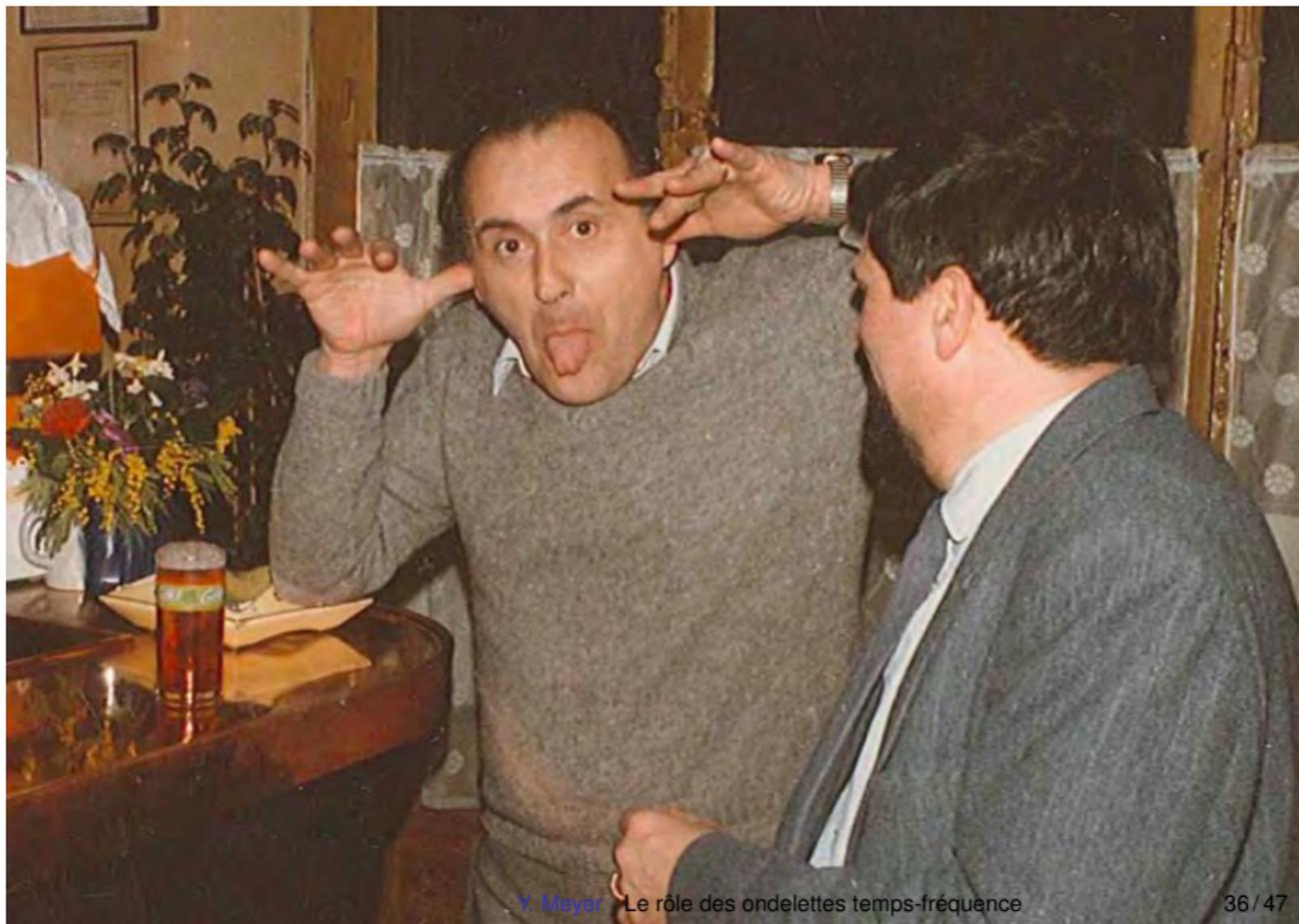
K. Wilson

L'analyse temps-fréquence et le signal de parole

- ▶ Le mathématicien Jean Ville a adapté les idées de Wigner à l'analyse temps-fréquence des signaux acoustiques (transformée de Wigner-Ville).
- ▶ Plus près de nous on trouve Bernard Escudié qui a passé une grande partie de sa vie à étudier le sonar de la chauve-souris et son disciple Patrick Flandrin. Eric Chassande-Mottin, LIGO, fut l'élève de Flandrin.

L'analyse temps-fréquence et le signal de parole

- ▶ Le mathématicien Jean Ville a adapté les idées de Wigner à l'analyse temps-fréquence des signaux acoustiques (transformée de Wigner-Ville).
- ▶ Plus près de nous on trouve Bernard Escudié qui a passé une grande partie de sa vie à étudier le sonar de la chauve-souris et son disciple Patrick Flandrin. Eric Chassande-Mottin, LIGO, fut l'élève de Flandrin.



L'analyse temps-fréquence

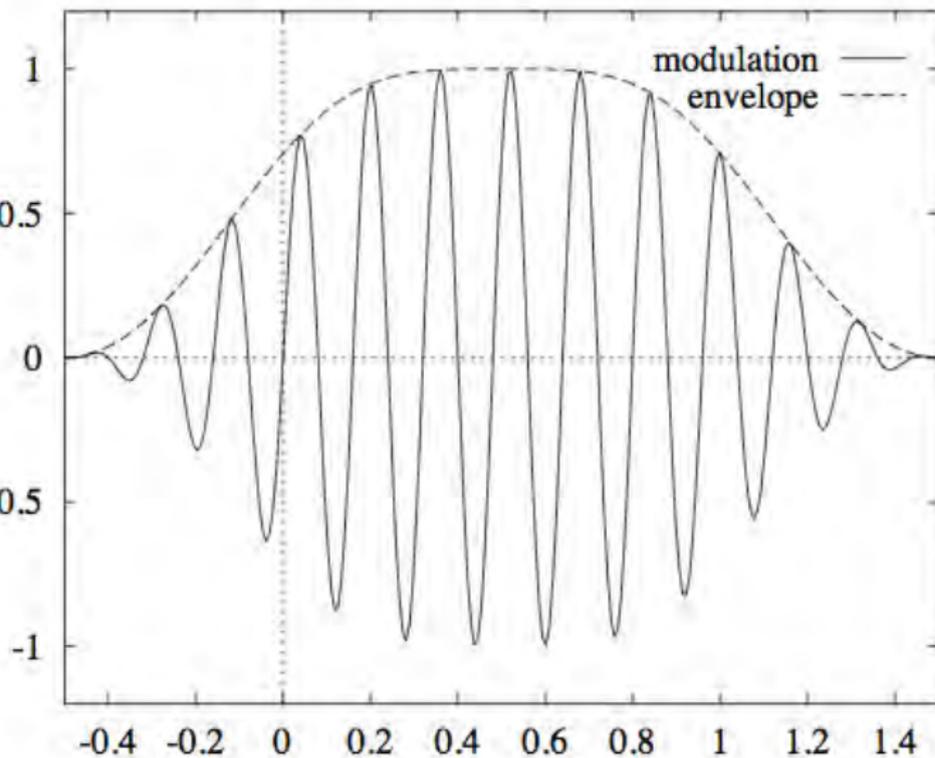
Le rôle des
ondelettes
temps-fréquence



- ▶ Les notes de musique ont une fréquence, une durée et une intensité. Pour les jouer, il faut aussi régler l'attaque et l'amortissement (la pédale du piano). Ces cinq paramètres entrent dans la modélisation des atomes temps-fréquence.
- ▶ Dennis Gabor a affirmé (1951) que tout signal (acoustique ou autre) peut s'écrire comme une combinaison linéaire d'atomes temps-fréquence. Les atomes temps-fréquence proposés par Gabor sont décrits dans les pages suivantes.

- ▶ Les notes de musique ont une fréquence, une durée et une intensité. Pour les jouer, il faut aussi régler l'attaque et l'amortissement (la pédale du piano). Ces cinq paramètres entrent dans la modélisation des atomes temps-fréquence.
- ▶ Dennis Gabor a affirmé (1951) que tout signal (acoustique ou autre) peut s'écrire comme une combinaison linéaire d'atomes temps-fréquence. Les atomes temps-fréquence proposés par Gabor sont décrits dans les pages suivantes.

Les atomes temps-fréquence



- ▶ Les “gaborettes” (les atomes temps-fréquence proposés par Gabor) sont les fonctions $g(t - k) \exp(2\pi imt)$, $k, m \in \mathbb{Z}$ où g est une gaussienne. Gabor se trompait, comme l’ont montré Francis Low et Roger Balian (théorème de Low-Balian). Kenneth Wilson a proposé en 1985 une modification de la définition des gaborettes.
- ▶ La première base orthonormée d’atomes temps-fréquence a été construite en 1990 par Stéphane Jaffard, Jean-Lin Journé et Ingrid Daubechies en suivant la suggestion de Wilson.

- ▶ Les “gaborettes” (les atomes temps-fréquence proposés par Gabor) sont les fonctions $g(t - k) \exp(2\pi imt)$, $k, m \in \mathbb{Z}$ où g est une gaussienne. Gabor se trompait, comme l’ont montré Francis Low et Roger Balian (théorème de Low-Balian). Kenneth Wilson a proposé en 1985 une modification de la définition des gaborettes.
- ▶ La première base orthonormée d’atomes temps-fréquence a été construite en 1990 par Stéphane Jaffard, Jean-Lin Journé et Ingrid Daubechies en suivant la suggestion de Wilson.

Les atomes temps-fréquence

- ▶ La formule générale proposée par K.Wilson est $w_{(k,l)}(t) = g(t - k) \sin[(l + 1/2) \pi t]$, $k, l \in \mathbb{Z}$ où g est une fonction jouant le rôle que joue une fenêtre dans l'analyse de Fourier à fenêtre. Toute la difficulté est de démontrer qu'il existe une fenêtre g conduisant à une base orthonormée.
- ▶ La modulation est fournie par l . Son rôle est d'entrer en résonance avec les oscillations du chirp, et donc de les amplifier et de les détecter. La valeur de k permet alors de localiser le chirp.
- ▶ Ces bases orthonormées sont l'un des instruments que Klimenko utilise pour détecter les chirps dans le signal enregistré par LIGO.

Les atomes temps-fréquence

- ▶ La formule générale proposée par K.Wilson est $w_{(k,l)}(t) = g(t - k) \sin[(l + 1/2) \pi t]$, $k, l \in \mathbb{Z}$ où g est une fonction jouant le rôle que joue une fenêtre dans l'analyse de Fourier à fenêtre. Toute la difficulté est de démontrer qu'il existe une fenêtre g conduisant à une base orthonormée.
- ▶ La modulation est fournie par l . Son rôle est d'entrer en résonance avec les oscillations du chirp, et donc de les amplifier et de les détecter. La valeur de k permet alors de localiser le chirp.
- ▶ Ces bases orthonormées sont l'un des instruments que Klimenko utilise pour détecter les chirps dans le signal enregistré par LIGO.

Les atomes temps-fréquence

- ▶ La formule générale proposée par K.Wilson est $w_{(k,l)}(t) = g(t - k) \sin[(l + 1/2) \pi t]$, $k, l \in \mathbb{Z}$ où g est une fonction jouant le rôle que joue une fenêtre dans l'analyse de Fourier à fenêtre. Toute la difficulté est de démontrer qu'il existe une fenêtre g conduisant à une base orthonormée.
- ▶ La modulation est fournie par l . Son rôle est d'entrer en résonance avec les oscillations du chirp, et donc de les amplifier et de les détecter. La valeur de k permet alors de localiser le chirp.
- ▶ Ces bases orthonormées sont l'un des instruments que Klimenko utilise pour détecter les chirps dans le signal enregistré par LIGO.

Indépendamment des travaux précédents, et en même temps, Henrique Malvar et Martin Vetterli ont élaboré la **Modified discrete cosine transform** utilisée dans le **son numérique Dolby**.

L'analyse temps-fréquence

Le rôle des
ondelettes
temps-fréquence

Y. Meyer



L'analyse temps-fréquence

Le rôle des
ondelettes
temps-fréquence



Ce qui distingue l'algorithme de Klimenko d'une analyse temps-fréquence traditionnelle (décomposition dans la base orthonormée précédente) est l'introduction d'un paramètre d'échelle, un **zoom** que l'on doit effectuer sur le signal enregistré et convenablement filtré $s(t)$ pour percevoir enfin l'onde gravitationnelle $\sigma(t)$. La gamme d'échelles utilisée par Klimenko va de 1 à 10^4 correspondant à des durées d'événements transitoires allant d'une milli-seconde à dix secondes.

- ▶ L'interaction entre les mathématiques, la physique et le traitement du signal a été à la base du succès de Klimenko.
- ▶ Cette interaction fait partie d'un programme scientifique proposé par le Cercle de Vienne.
- ▶ Le cercle de Vienne (1907-1934) se proposait d'unifier la Science.
- ▶ Après le départ forcé aux USA de la plupart des membres du cercle de Vienne, il se transforma en l'*Institute for the Unity of Science* (1947).
Reference: Daedalus, Vol. 127, *Science in Culture*, Winter 1998.

- ▶ L'interaction entre les mathématiques, la physique et le traitement du signal a été à la base du succès de Klimenko.
- ▶ Cette interaction fait partie d'un programme scientifique proposé par **le Cercle de Vienne**.
- ▶ **Le cercle de Vienne (1907-1934) se proposait d'unifier la Science.**
- ▶ Après le départ forcé aux USA de la plupart des membres du cercle de Vienne, il se transforma en l'*Institute for the Unity of Science* (1947).
Reference: Daedalus, Vol. 127, Science in Culture, Winter 1998.

- ▶ L'interaction entre les mathématiques, la physique et le traitement du signal a été à la base du succès de Klimenko.
- ▶ Cette interaction fait partie d'un programme scientifique proposé par le Cercle de Vienne.
- ▶ Le cercle de Vienne (1907-1934) se proposait d'unifier la Science.
- ▶ Après le départ forcé aux USA de la plupart des membres du cercle de Vienne, il se transforma en l'*Institute for the Unity of Science* (1947).
Reference: Daedalus, Vol. 127, *Science in Culture*, Winter 1998.

Le cercle de Vienne

- ▶ L'interaction entre les mathématiques, la physique et le traitement du signal a été à la base du succès de Klimenko.
- ▶ Cette interaction fait partie d'un programme scientifique proposé par le Cercle de Vienne.
- ▶ Le cercle de Vienne (1907-1934) se proposait d'unifier la Science.
- ▶ Après le départ forcé aux USA de la plupart des membres du cercle de Vienne, il se transforma en l'*Institute for the Unity of Science* (1947).
Reference: Daedalus, Vol. 127, *Science in Culture*, Winter 1998.

- ▶ La classification hiérarchique des sciences par Auguste Comte doit être remplacée par l'image d'un orchestre où chaque instrument participe à une œuvre collective.
- ▶ Norbert Wiener, John von Neumann, et Claude Shannon partageaient cette vision.
- ▶ John von Neumann transmet ce rêve à Jacques-Louis Lions.

- ▶ La classification hiérarchique des sciences par Auguste Comte doit être remplacée par l'image d'un orchestre où chaque instrument participe à une œuvre collective.
- ▶ Norbert Wiener, John von Neumann, et Claude Shannon partageaient cette vision.
- ▶ John von Neumann transmet ce rêve à Jacques-Louis Lions.

- ▶ La classification hiérarchique des sciences par Auguste Comte doit être remplacée par l'image d'un orchestre où chaque instrument participe à une œuvre collective.
- ▶ Norbert Wiener, John von Neumann, et Claude Shannon partageaient cette vision.
- ▶ John von Neumann transmet ce rêve à Jacques-Louis Lions.